

ÜNİVERSİTE SINAVLARINA HAZIRLIK

AYT

Bütün kitaplar cepte, tablette, masanda

KONU ÖZETLERİ

HIZ KAZANDIRAN TEKNİKLER

YENİ NESİL ÖZGÜN SORULAR

PRATİK BİLGİLER



VIDEO
ÇÖZÜMLÜ



AKILLI TAHTAYA
UYUMLU



MEB
ÖĞRETİM PROGRAMI VE
ÖSYM SORU TARZINA GÖRE
HAZIRLANMIŞTIR

TAMAMI VIDEO ÇÖZÜMLÜ

MATEMATİK

LİMİT ve SÜREKLİLİK

TÜREV - İNTEGRAL

SORU BANKASI

Kerem KÖKER • İsa ULUDAĞ

Arti - Yapay
Zekâ Asistan

Dijital Öğrenme
Ayak İzi

Hibrit Kitap
Teknolojisi



QR KODU OKUTARAK
HİBRİT KİTABA ULAŞABİLİRSİNİZ



PEGEM YAYINLARI

MATEMATİK TAMAMI ÇÖZÜMLÜ SORU BANKASI – LİMİT VE SÜREKLİLİK - TÜREV - İNTEGRAL

KEREM KÖKER – İSA ULUDAĞ

ISBN 978-625-6829-45-9

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. A.Ş.'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayinevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten uluslararası akademik bir yayinevidir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan WorldCat ve ayrıca Türkiye'de kurulan Turcademy.com tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere <http://pegem.net> adresinden ulaşılabilmektedir.

4. Baskı: Ankara

Proje-Yayın: Şevval Aksoy
Dizgi-Grafik Tasarım: İlknur Öztürk
Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Repro Bir Mat. Kağ. Rek. Tas. Tic. Ltd. Şti.
İvedik OSB Matbaacılar Sit. 1514. Cad. No: 23-25
Yenimahalle/ANKARA
0.312 395 20 29

Yayıncı Sertifika No: 51818
Matbaa - Sertifika No: 47381

İLETİŞİM



Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad. No: 141/33, Yenimahalle/Ankara



Yayınevi: 0312 430 67 50

Dağıtım: 0312 434 54 24

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60



www.pegem.net



pegem@pegem.net



0538 594 92 40



[pegemakademi](https://www.instagram.com/pegemakademi)

TÜRKİYE'DE İLK DEFA TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

Hibrit kitaplarda kullanıcılar;



- 1 Kitabın dijital formatına erişim sağlayabilir.
- 2 Testleri çözebilir.
- 3 Video çözümleri görebilir.



Detaylı anlatım için
QR kodu okutunuz.

Arti - ASİSTAN

- 1 Kullanıcılar hibrit kitapta çözdükleri sorular sonrasında Arti - ASİSTAN sekmesinde öğrenme durumlarına dair anahtar kelimeler ile başarılı/başarısız oldukları konuları detaylı olarak görüntüleyebilir.

Yapay zekâ, soruları çözmeye başladıkları andan itibaren kullanıcıların başarı durumlarını tespit edecektir.

Pegem Kampüs web sitesi üzerinden hibrit kitabınıza ve soru robotunuza erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:



Aktivasyon kodu kitabınızın ilk sayfasında yer almaktadır.
Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.08.2024 tarihine kadar geçerlidir. Hibrit kitaplara kasım ayı itibarıyla erişim sağlanacaktır.



Pegem Kampüs İletişim Hattı
0312 418 51 55

<i>Limit ve Süreklilik</i>	1
<i>Türev ve Uygulamaları</i>	31
<i>İntegral</i>	88
<i>Cevap Anahtarı</i>	131

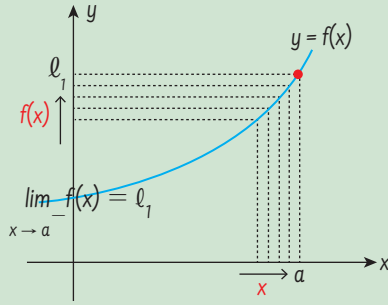
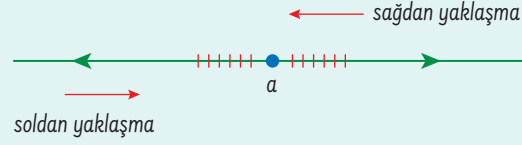


LİMİT VE SÜREKLİLİK

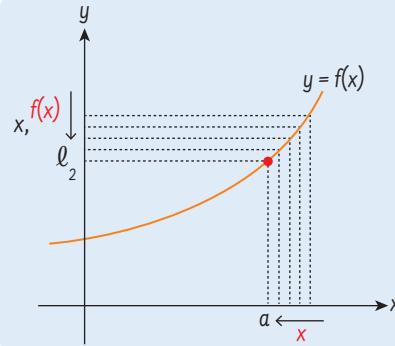


Yaklaşma Kavramı

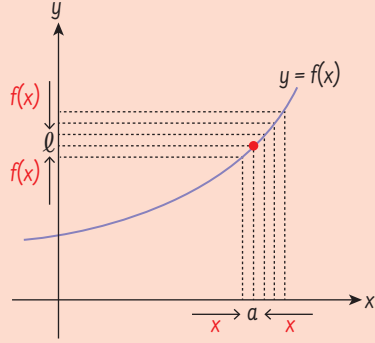
- ✓ x bağımsız değişkeni a gerçekte sayısına a 'dan küçük değerlerle artarak yaklaşıyorsa bu yaklaşma çeşidine **soldan yaklaşma** denir ve $x \rightarrow a^-$ şeklinde gösterilir.
- ✓ x bağımsız değişkeni a gerçekte sayısına a 'dan büyük değerlerle azalarak yaklaşıyorsa bu yaklaşma çeşidine **sağdan yaklaşma** denir ve $x \rightarrow a^+$ şeklinde gösterilir.



Yanda verilen $f(x)$ fonksiyonunun grafiğinde x , a 'ya soldan yaklaşırken $f(x)$ de l_1 gerçekte sayısına yaklaştığından l_1 sayısına $f(x)$ 'in **soldan limiti** denir ve şeklinde gösterilir.

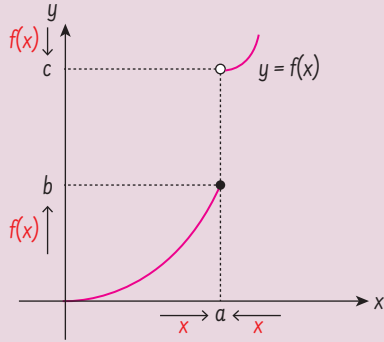


Yanda verilen $f(x)$ fonksiyonunun grafiğinde a 'ya sağdan yaklaşırken $f(x)$ de l_2 gerçekte sayısına yaklaştığından l_2 sayısına $f(x)$ 'in **sağdan limiti** denir ve $\lim_{x \to a^+} f(x) = l_2$ şeklinde gösterilir.



Yanda verilen $f(x)$ fonksiyonunun soldan ve sağdan limitleri birbirine eşit olduğundan " $f(x)$ 'in limiti vardır." denir ve $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = l$ olmak üzere $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ şeklinde gösterilir.

Herhangi bir fonksiyonun bir noktada limiti varsa bu limit **tektir**.



Grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunun $x = a$ noktasındaki soldan ve sağdan limitleri farklı olduğundan bu noktada limiti yoktur.

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = b$, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = c$ olup $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ olduğundan $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ limiti yoktur.

Bir fonksiyonun bir noktada limitinin var olması için fonksiyonun o noktada tanımlı olması zorunlu değildir.

Limitin Özellikleri

Sabit fonksiyonların limiti kendisine eşittir.

$c \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $\lim_{x \rightarrow a} c = c$ 'dir.

Polinom fonksiyonların limiti fonksiyonun görüntüsüne eşittir.

$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 'dir.

$f(x)$ ve $g(x)$ $x = a$ noktasında limitleri olan iki fonksiyon olsun.

$$\hookrightarrow \lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\hookrightarrow \lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\hookrightarrow \lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}, \quad \left(\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0 \right)$$

$$\hookrightarrow \lim_{x \rightarrow a} [c \cdot f(x)] = c \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x), \quad (c \in \mathbb{R})$$

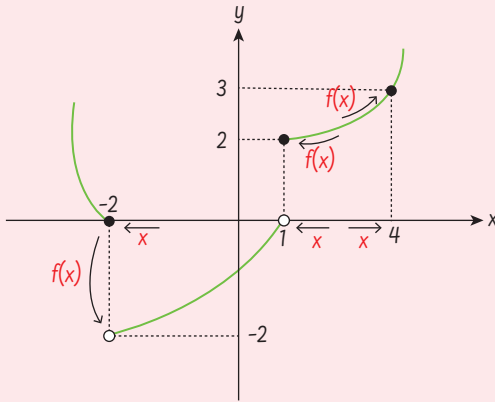
$$\hookrightarrow \lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n, \quad (n \in \mathbb{Z}^+)$$

$$\hookrightarrow \lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = \left| \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right|$$

$$\hookrightarrow f(x) \geq 0 \text{ ve } \lim_{x \rightarrow a} f(x) \geq 0 \text{ ise } \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} \text{ olur.}$$

$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)}$ ifadesinde n çift ise limitin olması için

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) \geq 0$ olmalıdır.

Örnek

$f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre,

$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ toplamını bulalım.

$x, -2$ 'ye sağdan yaklaşırken $f(x)$ de -2 'ye yaklaşmaktadır.

$x, 1$ 'e sağdan yaklaşırken $f(x)$ de 2 'ye yaklaşmaktadır.

$x, 4$ 'e soldan yaklaşırken $f(x)$ de 3 'e yaklaşmaktadır.

Toplamları: $(-2) + (2) + (3) = 3$ bulunur.

Örnek

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & x > 3 \\ 2x + 5, & x < 3 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan fonksiyonun $x = 3$ noktasında limitinin olması için a kaç olmalıdır?

$x = 3$ noktasında $f(x)$ 'in sağ ve sol limitlerinin eşit olması gerekir.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} x^2 + a = \lim_{x \rightarrow 3^-} 2x + 5 \text{ olmalıdır.}$$

$$9 + a = 6 + 5 \Rightarrow 9 + a = 11 \Rightarrow a = 2 \text{ bulunur.}$$

Parçalı fonksiyonun kritik noktada limitinin olması için sağ ve sol limitler eşit olmalıdır.

Mutlak değerli ifadelerin limiti alınırken önce mutlak değer in işareti belirlenir sonra limit alınır.

Örnek

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|4 - x^2|}{2 - x}$$

limitinin değerini bulalım.

Mutlak değer in işareti belirlendikten sonra limit alınır. x , 2'ye soldan yaklaşırken $4 - x^2$ nin değeri pozitif olur. O hâlde

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4 - x^2}{2 - x} &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(2 - x) \cdot (2 + x)}{2 - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} 2 + x \\ &= 2 + 2 = 4 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek

Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu için $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2$ ve $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -1$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(2x-1) + f(5-x)}{f(x^2-1)}$ limitinin değerini bulalım.

ifadesinin limiti alınır

$$\frac{f(3^+) + f(3^-)}{f(3^+)} = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

limiti alınır

$$f(3^+) = 2$$

limiti alınır

$$f(3^-) = -1$$

$\frac{0}{0}$ Belirsizliği

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ limitinde, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ ve $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ise $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}$ belirsizliği vardır. Sadeleştirme yapılarak $\frac{0}{0}$

belirsizliği ortadan kaldırılır.

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{bx}{\sin ax} = \frac{b}{a}$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{bx}{\tan ax} = \frac{b}{a}$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$$

$a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\rightarrow \frac{a}{\infty} = 0$$

$$\rightarrow \frac{a}{0^+} = +\infty$$

$$\rightarrow \frac{a}{0^-} = -\infty$$

$\rightarrow a > 1$ ise $a^\infty = \infty$ 'dur.

$\rightarrow 0 < a < 1$ ise $a^\infty = 0$ 'dır.