



e-KİTAP VE
VIDEO DERS
HEDİYELİ

Yapay Zekâ Destekli

ALES

KONU ANLATIMLI

Fiziksel Kitap

HİBRİT
KİTAP

e-Kitap

Dijital Öğrenme Ayaak İzi



ARTIFORCE, TÜBİTAK-TEYDEB Destek Programından yararlanılarak geliştirilmiştir (Proje No: 7230451).
Ürün/hizmet ile ilgili tüm sorumluluk Pegem Akademi Yayıncılık Eğitim Danışmanlık Hizmetleri Tic. A.Ş.'ye aittir.



e-Kitaba, video derslere ve
çözümlü testlerin çözümlerine
erişebilmek için
QR kodu okutunuz.

PEGEM AKADEMİ



Komisyon

ALES Tüm Adaylar için Konu Anlatımlı

ISBN 978-625-6287-69-3

Kitapta yer alan bölümlerin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© Pegem Akademi

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayinevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten uluslararası akademik bir yayınevidir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan WorldCat ve ayrıca Türkiye'de kurulan Turcademy.com tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere <http://pegem.net> adresinden ulaşılabilir.

13. Baskı: 2024, Ankara

Yayın-Proje: Pegem

Dizgi-Grafik Tasarım: Gülnur Öcalan

Kapak Tasarımı: Pegem

İletişim

Pegem Akademi: Shira Ticaret Merkezi, Macun Mahallesi 204 Cad.

No: 141/33, Yenimahalle/Ankara

Yayınevi: 0312 430 67 50

Dağıtım: 0312 434 54 24

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60

İnternet: www.pegem.net

E-ileti: pegem@pegem.net

WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

Baskı: Ankara Özgür Matbaacılık

1250. Cad. No: 25 Ostim Yenimahalle/Ankara

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 46821

Değerli Adaylar,

Akademik yayın alanında 30 yıllık lider bir kurum olan PEGEM AKADEMİ, Akademik Lisansüstü Eğitimi Giriş Sınavı'nın (ALES) ilk yıllarından bu yana yurt çapındaki en önemli başvuru kaynağıdır. Bu güven ve birikimle yürütülen çalışmalardan biri olan ALES Tüm Adaylar İçin Konu Anlatımlı kitabımız, YÖK tarafından 11.06.2018 tarihinde açıklanan yılda üç kez yapılacağı doğrultusunda en son güncellemeler ile sınav sistemine uygun olarak hazırlanmıştır. Adaylara Sözel Yetenek bölümünde 50 ve Sayısal Yetenek bölümünde de 50 sorudan oluşan toplamda 100 soruluk sınav uygulanacaktır. Sınav süresi 150 dakika olarak belirlenmiştir.

Kitap, bu testleri etkili bir şekilde çözebilmeniz amacıyla, sınavın uygulanmaya başladığı ilk yıllardan günümüze kadarki süreçte konuyla ilgili tüm gelişmeleri yakından takip eden ve bu sınava yönelik çalışmalar yapan uzman eğitimcilerce hazırlanmıştır.

Bu kitap, uzun bir birikimin ve yoğun bir emeğin ürünüdür. Kitapla ilgili görüş ve önerileriniz bu ürünün niteliğini daha da arttıracaktır. Değerli görüş ve önerilerinizi pegem@pegem.net aracılığıyla ya da **0538 594 92 40** numarasına WhatsApp üzerinden iletmeniz yeterli olacaktır.

TÜRKİYE'DE İLK DEFA TÜM KİTAPLAR YANINDA; CEPTE, TABLETTE VE MASANDA

Hibrit kitaplarda kullanıcılar;



- 1 Kitabın dijital formatına erişim sağlayabilir.
- 2 Kitabın bölümleri altında video derslere erişim sağlayabilir.
- 3 Konu sonu testlerini çözebilir.



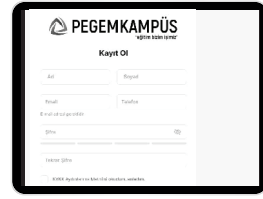
Detaylı anlatım için
QR kodu okutunuz.

Yapay zekânın öğrenme analizinizi yapabilmesi için interaktif içeriklere etkileşim bırakmanız gerekmektedir. Etkileşim bırakmak için testlerde yer alan cevap seçeneklerini sistem üzerinde işaretlemeniz gerekmektedir. Böylelikle yapay zekâ bırakılan etkileşimler sonrasında sizlerin başarı durumlarını tespit ederek eksik tespitinizi gerçekleştirecektir.

Pegem Kampüs web sitesi üzerinden aktivasyon kodunuzu aktif edebilmek ve hibrit kitabınıza erişebilmek için aşağıdaki adımları takip ediniz:

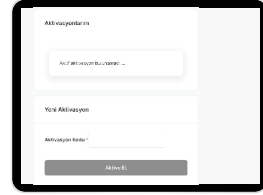
1. Adım Üyelik

Mevcut tarayıcınızın adres çubuğuna arti.pegemkampus.com yazarak web sitemiz üzerinden üyeliğinizi gerçekleştirebilirsiniz.



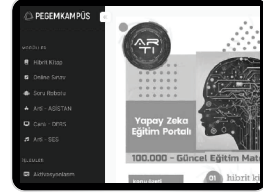
2. Adım Aktivasyon

Üyelik bilgileriniz ile giriş yaptıktan sonra sol menüde yer alan "**Aktivasyonlarım**" sekmesine girerek kodunuzu aktif edebilirsiniz.



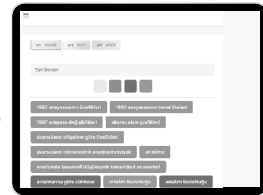
3. Adım Ürünlerim

Aktivasyon işleminizi tamamladıktan sonra menüde aktif hâle gelen "**Hibrit Kitap**" sekmesine tıklayarak içeriklere ulaşabilirsiniz.



4. Adım Yapay Zekâ Asistan

Hibrit kitaptaki işaretlemeleriniz doğrultusunda eksik tespitinizi yapabilmek için menüdeki "**Arti-Asistan**" sekmesine tıklayabilirsiniz. Eksiklerinizi tamamlamak ve daha fazla içerik görmek için pegemkampus.com adresini ziyaret edebilirsiniz.



**Aktivasyon kodu kitabınızın iç kapağında yer almaktadır.
Aktivasyon kodu ile aktif ettiğiniz hibrit kitaba erişim 31.12.2025 tarihine kadar geçerlidir.**



**Pegem Kampüs İletişim Hattı
0312 418 51 55**

MATEMATİK

SAYILAR

Sayı Kümeleri	2
Doğal Sayılar	3
Tam Sayılar	6
Tek ve Çift Tam Sayılar	7
Pozitif ve Negatif Sayılar	9
Ardışık Sayılar	11
Asal Sayı	16
Aralarında Asal Sayılar	17
Basamak Analizi	18
Çözümleme	23
Faktöriyel	25
Çözümlü Test 1-7	29

BÖLME - BÖLÜNEBİLME KURALLARI

Bölme	44
Bölünebilme Kuralları	48
Çözümlü Test 1-2	55

ASAL ÇARPANLARA AYIRMA EBOB-EKOK

Asal Çarpanlara Ayırma	60
Bir Tam Sayının Bölenleri	61
En Büyük Ortak Bölen (EBOB)	64
En Küçük Ortak Kat (EKOK)	67
Çözümlü Test 1-2	73

BİRİNCİ DERECE DENKLEMLER

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler	78
Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler	81
Denklem Sistemi	82
Özel Denklemler	84
Çözümlü Test	87

RASYONEL SAYILAR

Kesir ve Kesir Türleri	90
Rasyonel Sayılarda Dört İşlem	93
Ondalık Kesir	96
Rasyonel Sayılarda Sıralama	100
İki Rasyonel Sayı Arasındaki Sayıları Yazma	102
Çözümlü Test 1-2	103

ÜSLÜ SAYILAR

Üslü Sayılar	108
Üslü Sayılarda Dört İşlem	111
Çözümlü Test	117

KÖKLÜ SAYILAR

Köklü Sayılar	120
Köklü Sayılarda Dört İşlem	124
Kök Dışındaki Bir Sayının Kök İçine Alınması	129
Eşlenik (Paydayı Kökten Kurtarma)	129
İç İçer Sonlu Kökler	131
$\sqrt{A \mp 2\sqrt{B}}$ ifadesinin Kök Dışına Çıkarılması	133
Köklü Sayılarda Sıralama	134
Köklü Sayılarda Denklem Çözme	135
Çözümlü Test	137

ÇARPANLARA AYIRMA

Çarpanlara Ayırma	140
Özdeşlikler	143
III. Dereceden Özdeşlikler	148
Çözümlü Test	150

EŞİTSİZLİK - MUTLAK DEĞER

Eşitsizlikler	153
Reel (Gerçel) Sayı Aralıkları	157
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikler.....	157
Eşitsizlikler ve İşaret İncelemesi	159
Mutlak Değer	161
Çözümlü Test 1-2	166

ORAN - ORANTI

Oran - Orantı	171
Orantı Türleri	174
Ortalamalar.....	178
Aritmetik Ortalama	178
Geometrik Ortalama	180
Çözümlü Test 1-2	182

PROBLEMLER

Denklem Kurma Problemleri	187
Yaş Problemleri	194
Yüzde Problemleri.....	197
Kâr - Zarar Problemleri	198
Karışım Problemleri	201
İşçi Problemleri	204
Hareket Problemleri	206
Çözümlü Test 1-9	212
Karma Test 1-4	230

KÜMELER

Küme	239
Kümelerde İşlemler	241
Alt Küme	245
Küme Problemleri	246
Çözümlü Test	249

FONKSİYON - İŞLEM - MODÜLER ARİTMETİK

Bağıntı	252
Fonksiyon.....	252
İşlem	259
Modüler Aritmetik	265
Çözümlü Test 1-4	267

PERMÜTASYON - KOMBİNASYON - OLASILIK

Saymanın Temel Kuralları	275
Permütasyon (Sıralama)	277
Kombinasyon (Gruplama)	281
Olasılık	286
Çözümlü Test 1-3	295

TABLO VE GRAFİKLER

Tablo ve Yorumlama	300
Grafik ve Yorumlama	303
Çözümlü Test 1-2	312

SAYISAL MANTIK

Sayısal Mantık Problemleri (Diziler)	320
Sayısal Mantık Problemleri (Tablo ve Şekil)	324
Akıl Yürütme	332
Görsel Yetenek	338
Cevaplı Test 1-4	345

GEOMETRİ

GEOMETRİK KAVRAMLAR VE
DOĞRUDA AÇILAR

Geometrik Kavramlar	368
Açılar	368
Açı Çeşitleri	369
Açıortay	369
Tümler Açılar	370
Bütünler Açılar	370
Ters Açılar	371
Paralel İki Doğrunun Bir Kesen ile Yaptığı Açılar	371
Paralel İki Doğrunun Birden Çok Kesen ile Meydana Getirdiği Açılar	371
Kenarları Paralel Açılar	373
Kenarları Dik Açılar	373
Üçgenler	376
Üçgen Çeşitleri	376
Üçgende Temel ve Yardımcı Elemanlar	377
Üçgende Açılar ile İlgili Özellikler	378
Dik Üçgen	382
Üçgende Açıortay Teoremleri	387
Üçgende Kenarortay Teoremleri	391
İkizkenar Üçgen	395
Eşkenar Üçgen	397
Üçgende Alan	401
Üçgende Benzerlik	406
Üçgende Açı - Kenar Bağıntıları	414
Üçgen Eşitsizliği	414
Cevaplı Test 1-17	419

ÇOKGENLER VE DÖRTGENLER

Çokgenler	454
Dörtgenler	460
Paralelkenar	463
Eşkenar Dörtgen	467
Dikdörtgen	468
Kare	470
Yamuk	472
Deltoid	477
Cevaplı Test 1-5	478

ÇEMBER VE DAİRE

Çemberde Açı	489
Çemberde Yardımcı Elemanlar	489
Çemberde Yay ve Açı Özellikleri	490
Çemberde Kiriş Yay Özellikleri	494
Kirişler Dörtgeni	494
Çemberde Uzunluk	495
İki Çemberin Ortak Teğetleri	498
İki Çemberin Birbirine Göre Durumları	500
Üçgen Çemberleri	500
Teğetler Dörtgeni	501
Dairede Alan	502
Cevaplı Test 1-3	506

ANALİTİK GEOMETRİ

Noktanın Analitik İncelenmesi	513
Doğrunun Analitik İncelenmesi	520
Simetriler	530
Eşitsizlikler	535
Cevaplı Test	537

KATI CİSİMLER

Prizma	540
Dikdörtgenler Prizması	541
Küp	543
Silindir	543
Piramit	546
Küre	550
Cevaplı Test 1-2	551

TÜRKÇE

SÖZCÜKTE ANLAM

Sözcüğün Anlam Özellikleri	556
Sözcüklerde Anlam İlişkileri	561
Sözcüklerde Anlam Olayları	563
Kalıplaşmış Söz Öbekleri	568
Çözümlü Test	574
Cevaplı Test	581

CÜMLEDE ANLAM

Cümlelerin Yorumu	585
Cümlelerin Yapısı	592
Cümlelerin Anlamı	596
Çözümlü Test	611
Cevaplı Test	619

ANLATIM BİÇİMLERİ

Anlatım Biçimleri	624
Öyküleyici Anlatım	624
Betimleyici Anlatım	624
Açıklayıcı Anlatım	625
Tartışmacı Anlatım	625
Düşünceyi Geliştirme Yolları	626
Anlatım Nitelikleri	628
Çözümlü Test	630
Cevaplı Test	634

PARAGRAF

Paragraf	640
Paragrafın İçeriği	641
Paragrafta Konu	641
Paragrafta Başlık	642
Paragrafta Ana Düşünce	642
Paragrafta Yardımcı Düşünceler	643
Paragrafta Tanıtılan Kişiyile İlgili Sorular	646
Parçaya (Metne) Dayalı Sorular	646
Tek Sorulu Paragraflar	647
İki Sorulu Paragraflar	648
Üç Sorulu Paragraflar	650
Dört Sorulu Paragraflar	653
Paragrafın Yapısı	654
Çözümlü Test	664
Cevaplı Test	675

SÖZEL MANTIK

Sözel Mantık	680
Soru Çözümünde Yararlanılabilecek Yöntemler	681
Sözel Mantık Soru Tipleri ve Örnek Çözümleri	688
Çıkarım Soruları	688
Şifreleme Soruları	689
Sıralama Soruları	690
Yer-Konum Bildiren Sorular	691
Yer-Yön Bildiren Sorular	694
Özne-Nesne İlişkili Sorular	695
Tablo Yorumlama Soruları	696
Çözümlü Test	699
Cevaplı Test	704

- *Sayı Kümeleri*
- *Doğal Sayılar*
- *Tam Sayılar*
- *Tek ve Çift Sayılar*
- *Pozitif ve Negatif Sayılar*
- *Ardışık Sayılar*
- *Asal Sayılar*
- *Aralarında Asal Sayılar*
- *Basamak Analizi*
- *Çözümleme*
- *Faktöriyel*
- *Çözümlü Testler 1-7*

RAKAM: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 gibi tek haneli sembollere **rakam** denir.

SAYI: Rakamların tek başlarına veya bir çokluk oluşturacak şekilde bir araya gelmesiyle oluşan ifadelere **sayı** denir.

Örnek

- 7 bir rakam aynı zamanda bir sayıdır.
- 36 iki rakamdan oluşan bir sayıdır.
- 712 üç rakamdan oluşan bir sayıdır.
- 5391 dört rakamdan oluşan negatif bir sayıdır.

SAYI KÜMELERİ

1. Sayma Sayıları Kümesi

{1,2,3,...} kümesine **sayma sayıları kümesi** ve bu kümenin her bir elemanına bir **sayma sayısı** denir. Sayma sayıları kümesi " \mathbb{N}^+ " sembolü ile gösterilir.

2. Doğal Sayılar Kümesi

{0,1,2,3,...} kümesine **doğal sayılar kümesi** ve bu kümenin her bir elemanına bir **doğal sayı** denir. Doğal sayılar kümesi " \mathbb{N} " sembolü ile gösterilir.

3. Tam Sayılar Kümesi

{....., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,} kümesine **tam sayılar kümesi** ve bu kümenin her bir elemanına bir **tam sayı** denir. Tam sayılar kümesi " \mathbb{Z} " sembolü ile gösterilir.

Tam sayılar kümesi üç parçaya ayrılır.

a) Negatif Tam Sayılar Kümesi

Sıfırdan küçük (sıfırın solunda olan) sayıların oluşturduğu kümeye **negatif tam sayılar kümesi** ve bu kümenin her bir elemanına **negatif tam sayı** denir. Negatif tam sayılar kümesi " \mathbb{Z}^- " sembolü ile gösterilir.

" \mathbb{Z}^- " = {....., -3, -2, -1} dir.

Negatif tam sayılar sıfıra yaklaştıkça büyürler. Dolayısıyla en büyük negatif tam sayı "-1" dir.

b) Pozitif Tam Sayılar Kümesi

Sıfırdan büyük (sıfırın sağında olan) sayıların oluşturduğu kümeye **pozitif tam sayılar kümesi** ve bu kümenin her bir elemanına **pozitif tam sayı** denir. Pozitif tam sayılar kümesi " \mathbb{Z}^+ " sembolü ile gösterilir. " \mathbb{Z}^+ " = {1,2,3,.....} dir.

Pozitif tam sayılar sıfıra yaklaştıkça küçülürler. Dolayısıyla en küçük pozitif tam sayı "1"dir.

c) Sıfır bir tam sayıdır, fakat işaretsizdir. Yani pozitif ya da negatif tam sayı değildir.

4. Rasyonel Sayılar Kümesi

a ve b birer tam sayı ve $b \neq 0$ olsun. $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayıların oluşturduğu kümeye **rasyonel sayılar kümesi** bu kümenin her bir elemanına bir **rasyonel sayı** denir.

Rasyonel sayılar kümesi "Q" sembolü ile gösterilir.

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z} \text{ ve } b \neq 0 \right\} \text{ dir.}$$

Örnek

$\frac{3}{8}, -\frac{12}{17}, 4, -25$ birer rasyonel sayıdır.

5. İrrasyonel Sayılar Kümesi

Rasyonel olmayan sayılara yani iki tam sayının bölümü şeklinde yazılamayan sayıların kümesine **irrasyonel sayılar kümesi** bu kümenin her bir elemanına bir **irrasyonel sayı** denir. İrrasyonel sayılar kümesi "Q" sembolü ile gösterilir.

Örnek

$\sqrt{10}, \sqrt[3]{-7}, \frac{\sqrt{13}}{5}, \dots$ birer irrasyonel sayıdır.

6. Reel (Gerçel, Gerçek) Sayılar Kümesi

Rasyonel sayılar kümesi ile irrasyonel sayılar kümesinin birleşim kümesine **reel sayılar kümesi** bu kümenin her bir elemanına bir **reel sayı** denir.

Reel sayılar kümesi "R" sembolü ile gösterilir.

$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^c$ şeklinde ifade edilir.

Örnek

a ve b birer rakam olmak üzere, $3a + 4b$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 65 B) 63 C) 60 D) 57 E) 54

Çözüm

İfadede kullanılacak rakamların farklı olup olmadığına dikkat edilmelidir. a ve b birbirinden farklı rakamlar denilmediğinden $3a + 4b$ ifadesinde en büyük değer elde etmek için $a = 9$ ve $b = 9$ seçilmelidir. Böylece $3a + 4b = 3 \cdot 9 + 4 \cdot 9 = 27 + 36 = 63$ bulunur.

Örnek

a, b ve c birbirinden farklı rakamlar olmak üzere, $5a + 6b + 3c$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 115 B) 110 C) 105 D) 100 E) 95

Çözüm

Verilen ifadede rakamların farklı olması istendiğinden ve en büyük değer sorulduğundan en büyük üç rakam 7, 8 ve 9 seçilmelidir.

İfadede toplamın en büyük değeri sorulduğundan katsayısı en büyük olan bilinmeyene en büyük rakam değeri verilir.

O hâlde $a = 8$, $b = 9$, $c = 7$ seçilirse

$$\begin{aligned} 5a + 6b + 3c &= 5 \cdot 8 + 6 \cdot 9 + 3 \cdot 7 \\ &= 40 + 54 + 21 \\ &= 115 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek

x, y ve z birbirinden farklı rakamlar olmak üzere, $4x + 2y + 7z$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Çözüm

Verilen ifadede rakamların farklı olması istendiğinden ve en küçük değer sorulduğundan en küçük üç rakam 0, 1 ve 2 seçilmelidir.

Küçük değer elde etmek için bu değerler katsayılarının büyüklük sırası ile ters olacak şekilde seçilmelidir.

Yani $x = 1$, $y = 2$, $z = 0$ seçilirse

$$\begin{aligned} 4x + 2y + 7z &= 4 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 7 \cdot 0 \\ &= 4 + 4 + 0 \\ &= 8 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Örnek

x , y ve z birbirinden farklı rakamlardır.

Buna göre, $4x + 3y - 8z$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) -72 B) -69 C) -68 D) 7 E) 10

Çözüm

Soruda rakamların farklı olması istendiğinden ve en küçük değer sorulduğundan katsayısı pozitif olan bilinmeyenlere küçük, katsayısı negatif olan bilinmeyenlere büyük değer verilmelidir. Yani, $x = 0$, $y = 1$ ve $z = 9$ seçilmelidir.

$$\begin{aligned} 4x + 3y - 8z &= 4 \cdot 0 + 3 \cdot 1 - 8 \cdot 9 = 3 - 72 = -69 \\ &\text{ bulunur.} \end{aligned}$$

DOĞAL SAYILAR

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ kümesine **doğal sayılar kümesi** denir. En küçük doğal sayı "0" dir.

$\mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$ kümesine **pozitif doğal sayılar kümesi** denir.

En küçük pozitif doğal sayı veya sayma sayısı "1" dir.

Not:

$x, y \in \mathbb{N}$ ifadesi x ve y doğal sayı, $x, y \in \mathbb{N}^+$ ifadesi x ve y pozitif doğal sayı veya sayma sayısı şeklinde okunur.

Örnek

a, b ve c birbirinden farklı doğal sayılar olmak üzere, $a + 4b + 2c$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 0 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Çözüm

$a + 4b + 2c$ ifadesinin alabileceği en küçük değer bulunurken, denklemde verilen bilinmeyenlere kat sayılarının büyüklüğü ile ters olacak şekilde küçük doğal sayı değerleri verilir.

En büyük katsayı "b" nin olduğu için $b = 0$ sonra en büyük katsayı "c" nin olduğu için $c = 1$ ve son olarak $a = 2$ seçilir.

Böylece; $a + 4b + 2c = 2 + 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 4$ bulunur.

Örnek

x , y ve z pozitif tam sayıdır.

$3x + 2y + 4z$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 0 B) 7 C) 9 D) 13 E) 16

Çözüm

x , y ve z pozitif tam sayılarının birbirinden farklı olduğu belirtilmediğinden ifadede aynı değer bütün bilinmeyenlere verilebilir. Burada kat sayılarının büyüklüğünün bir önemi yoktur.

Böylece $x = 1$, $y = 1$ ve $z = 1$ seçilirse

$$3x + 2y + 4z = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 9 \text{ bulunur.}$$

Örnek

a ve b doğal sayılardır.

$a + b = 19$ olduğuna göre, a'nın alabileceği kaç değer vardır?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

Çözüm

Toplamları sabit olduğundan bilinmeyenlerin birisine değer verilip diğer bilinmeyen değeri hesaplanır.

$$\begin{aligned} \text{Yani } \Rightarrow a = 0, b = 19 \\ \Rightarrow a = 1, b = 18 \\ \Rightarrow a = 2, b = 17 \\ \vdots \\ \Rightarrow a = 19, b = 0 \end{aligned}$$

Dolayısıyla a'nın alabileceği 20 değer vardır.

Örnek

x ve y sayma sayısıdır.

$x + y = 23$ olduğuna göre, y nin alabileceği kaç değer vardır?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

Çözüm

Toplamları sabit olduğundan bilinmeyenlerin birisine değer verilip diğer bilinmeyen değeri hesaplanır.

$$\begin{aligned} \text{Yani, } \Rightarrow x = 1, y = 22 \\ \Rightarrow x = 2, y = 21 \\ \vdots \\ \Rightarrow x = 22, y = 1 \end{aligned}$$

Dolayısıyla y'nin alabileceği 22 değer vardır.

Örnek

a ve b pozitif doğal sayılardır.

$a + b = 20$ olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımının alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 119 B) 115 C) 109 D) 107 E) 100

Çözüm

Toplamları sabit olan iki pozitif doğal sayının çarpımının en büyük ve en küçük değeri bulunurken birbirine yakın (duruma göre eşit seçilebilir) değerler ile birbirinden uzak değerler seçilmelidir.

$$a + b = 20 \Rightarrow a = 10, b = 10 \text{ seçilirse } a \cdot b = 100$$

$$a = 1 \quad b = 19 \text{ seçilirse } a \cdot b = 19 \text{ olur.}$$

Dolayısıyla $a \cdot b$ 'nin en büyük değeri 100, en küçük değeri 19 olur. Buradan $a \cdot b$ 'nin alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin toplamı $100 + 19 = 119$ bulunur.

Örnek

x ve y doğal sayılar olmak üzere,

$x + y = 27$ olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımının alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 208 B) 201 C) 198
D) 186 E) 182

Çözüm

Toplamları sabit olduğundan x ve y nin birbirine yakın ve birbirinden uzak değerlerine bakılacak olursa,

$$\begin{aligned} x + y = 27 \Rightarrow x = 13 \quad y = 14 \text{ seçersek } x \cdot y = 182 \\ \Rightarrow x = 0 \quad y = 27 \text{ seçersek } x \cdot y = 0 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Dolayısıyla $x \cdot y$ 'nin alabileceği en büyük değer 182 ve en küçük değer 0 olur. Bu değerlerin toplamı ise $182 + 0 = 182$ bulunur.

Örnek

Toplamları 18 olan farklı iki doğal sayının çarpımının alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 77 B) 78 C) 79 D) 80 E) 81

Çözüm

Toplamları 18 olan iki sayı x ve y seçilirse x ile y birbirinden farklı doğal sayılar olduğundan $x = 10$ ve $y = 8$ seçilir. Böylece $x \cdot y = 80$ olur.

Örnek

a ve b doğal sayılardır.

$a \cdot b = 64$ olduğuna göre, $a + b$ toplamının alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 82 B) 81 C) 80 D) 79 E) 78

Çözüm

Çarpımları sabit olan iki doğal sayının toplamının alabileceği en büyük ve en küçük değerler bulunurken sayılar birbirine yakın veya birbirinden uzak seçilmelidir.