

İlkokul ve Ortaokulda Etkinlik Örnekleriyle Matematiksel Modelleme

Ali ERASLAN · Neslihan ŞAHİN



Prof. Dr. Ali ERASLAN - Dr. Öğr. Üyesi Neslihan ŞAHİN

İLKOKUL VE ORTAOKULDA ETKİNLİK ÖRNEKLERİYLE MATEMATİKSEL MODELLEME

ISBN 978-625-6357-68-6

Kitap içeriğinin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© 2023, PEGEM AKADEMİ

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayınevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten **uluslararası akademik bir yayınev**dir. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan **WorldCat** ve ayrıca Türkiye'de kurulan **Turcademy.com** tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere <http://pegem.net> adresinden ulaşılabilir.

I. Baskı: Şubat 2023, Ankara

Yayın-Proje: Şehriban Türüldür
Dizgi-Grafik Tasarım: Tuğba Kaplan
Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Repro Bir Mat. Kağ. Rek. Tas. Tic. Ltd. Şti.
İvedik OSB Matbaacılar Sit. 1514. Cad. No: 23-25
Yenimahalle/ANKARA 0.312 395 20 29

Yayıncı Sertifika No: 51818
Matbaa - Sertifika No: 47381

İletişim

Macun Mah. 204. Cad. No: 141/A-33 Yenimahalle/ANKARA
Yayınevi: 0312 430 67 50
Dağıtım: 0312 434 54 24
Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60
İnternet: www.pegem.net
E-ileti: pegem@pegem.net
WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

YAZARLAR HAKKINDA

Prof. Dr. Ali ERASLAN

1970 yılında Yerköy'de doğdu. İlk ve orta öğrenimini Ankara'da tamamladı. 1989-93 yılları arasında Gazi üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmenliği Bölümü'nde lisans eğitimi gördü. 1993-1999 yılları arasında MEB bağlı okullarda öğretmenlik yaptı. Daha sonra 2000 yılında MEB adına doktora yapmak üzere Amerika Birleşik Devletleri'ne gitti. Matematik Eğitimi alanında Oregon Eyalet Üniversitesi'nden 2002 yılında Yüksek lisans ve Florida Eyalet Üniversitesi'nden 2006 yılında doktora derecesini alarak yurda döndü. Devamında Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Öğretmenliği öğretim üyesi olarak göreve başladı. Aynı üniversitede 2012 yılında Matematik Eğitimiinde doçent ünvanı alan Ali ERASLAN, 2018 de profesör oldu. Yazarın ulusal ve uluslararası dergilerde yayımlanmış matematiksel modelleme, soyutlama ve öğretmen eğitimi alanlarında birçok araştırma, proje, makale, bildiri ve atıfları bulunmaktadır.

ORCID No: 0000-0003-4006-9363

Dr. Öğr. Üyesi Neslihan ŞAHİN

Yazar lisans eğitimini, Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Eğitimi Bölümü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans programında tamamlamıştır. 2012-2019 yılları arasında aynı üniversitede araştırma görevlisi olarak çalışan yazar, Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümünün Sınıf Eğitimi programında yüksek lisans ve doktora derecesini almıştır. 2020 yılından itibaren Sinop Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Ana bilim Dalında Doktor Öğretim Üyesi olarak göreve yapmaktadır. Matematik eğitiminde matematiksel modelleme, ilkokulda matematiksel modelleme, model oluşturma etkinlikleri, matematiksel modelleme yeterlikleri, bilişsel modelleme yeterliği, istatistiksel okuryazarlık, veri modellemesi ve matematiksel okuryazarlık üzerine araştırma ve projeler yürütmektedir.

ORCID No: 0000-0003-0558-2487

ÖN SÖZ

Bu kitabı, 2005-2006 eğitim-öğretim yılında *Matematik Öğretiminde Modelleme* dersi ile başlattığımız yolculuğumuzun 17. yılında edindiğimiz bilgi ve deneyimlerimizi kalıcı hale getirmek ve gelecek nesillere aktarabilmek amacıyla yazma ihtiyacı duyduk. Geçen bu süre içerisinde gerek ilkokul ve ortaokullarda yaptığımız bilimsel araştırmalar gerekse üniversitede vermiş olduğumuz lisans ve lisansüstü seviyesindeki derslerden edinmiş olduğumuz tecrübelerimizin ışığında öğretmenlere, öğretmen adaylarına ve araştırmacılara yardımcı olacağını düşündüğümüz bu kitabın 4 temel amacı vardır:

1. Kamu ve özelde görev yapmakta olan ilkokul ve ortaokul öğretmenlerimize sınıflarında uygulayabilecekleri örnek model oluşturma etkinlikleri sağlamak
2. Öğretmen/öğretmen adaylarımıza bu etkinlikleri sınıfta nasıl uygulayacaklarını ve öğrencileri ne şekilde değerlendirebilecekleri konusunda yol göstermek
3. Olası karşılaşılabilecek zorluklar veya güçlükler hakkında öğretmenlerimizi haberdar etmek
4. Öğretmen/öğretmen adaylarımız kendi etkinliklerini yazmak istediklerinde onlara yardımcı olacak temel prensipler hakkında bilgilendirmek

Kitapta ilk olarak matematiksel modellemenin bir ihtiyaç olarak ortaya çıkışı, matematik öğrenimine etkisi ve ders programlarıyla ilişkisi açıklanmaktadır. Daha sonra model oluşturma etkinliklerinin ne olduğu, sınıf ortamında nasıl uygulanacağı ve öğrenci değerlendirilmesinin ne şekilde yapılacağı açıklanmıştır. Son bölümde ise ilkokul ve ortaokul seviyesinde kullanılabilecek 25 tane model oluşturma etkinliği ile örnek mektup taslakları ve hazırlık soruları yer almaktadır.

Kitabın ülkemizde özellikle ilk ve ortaokul düzeyinde matematiksel modelleme konusunda var olan kaynak eksikliğini gidermeye hizmet edeceğini ümit ediyoruz. Ayrıca Eğitim Fakültelerinin Sınıf Öğretmenliği Lisans Programı, İlk ve Orta Öğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programlarında zorunlu ders olarak yer alan sırasıyla *Matematik Öğretimi*, *Matematik Öğretiminde Modelleme* ve *Matematiksel Modelleme* dersleri için de yardımcı veya destekleyici kaynak olarak kullanılabilecek bu kitabın tüm öğretmenlere, öğretmen adaylarına ve araştırmacılara faydalı olması dileklerimizle...

16 Ocak 2023

Prof. Dr. Ali ERASLAN

Dr. Öğr. Üyesi Neslihan ŞAHİN

İÇİNDEKİLER

Ön Söz.....	iv
-------------	----

1. BÖLÜM

GİRİŞ

Matematiksel Model ve Matematiksel Modelleme Nedir?.....	4
Matematiksel Modelleme Süreç Döngüsü	7
Matematiksel Modelleme Sürecinin Problem Çözme Sürecinden Farkı	8
Modelleme Döngüleri.....	9
Model Oluşturma Etkinlikleri ve Özellikleri	19
1. Model Oluşturma Prensibi.....	21
2. Gerçeklik Prensibi.....	22
3. Öz-Değerlendirme Prensibi.....	23
4. Model Dokümantasyon Prensibi	24
5. Model Genelleme Prensibi.....	25
6. Etkili Prototip Prensibi.....	25
Model Oluşturma Etkinliklerinde Grup Çalışmasının Önemi	26
Modelleme Çalışmalarında Gruplar Nasıl Oluşturulmalıdır?.....	28
MOE Sürecinde Öğretmenlerin Rolü Nasıl Olmalıdır?	33
Modelleme Çalışmalarına Ne Kadar Süre Ayrılmalıdır?.....	37
Model Oluşturma Etkinliği ile Çalışma Aşamaları.....	38
MOE'nin Uygulanmasında Yapılması Gereken Ön Hazırlıklar Nelerdir?.....	43
MOE'nin Üç-Aşamalı Sınıf içi Uygulama Planı Nedir?	45
1. Etkinlik Başlangıcında.....	45
2. Etkinlik Sürecinde.....	46
3. Etkinlik Sonunda.....	47
Öğrenciler Süreçte Hangi Zorluklarla Karşılaşabilirler.....	47
Ölçme ve Değerlendirme Öğretmenler Tarafından Nasıl Yapılabilir?	51

2. BÖLÜM

MODEL OLUŞTURMA ETKİNLİK ÖRNEKLERİ

1. Tanıtıcı Makale Aşaması.....	55
2. Hazırlık Soruları Aşaması	56
3. Veri Tablosu	56
4. Problem Durumu Aşaması	57
Mektup Taslakları ve Grup Çalışma Kağıtları	57
Etkinlik 1: Büyük Ayak Problemi.....	59
Etkinlik 2: Tatil Problemi	63
Etkinlik 3: Kâğıttan Uçak Yapma Problemi	68
Etkinlik 4: Fasulye Problemi	75
Etkinlik 5: Hangi Arabayı Alalım Etkinliği.....	79
Etkinlik 6: Halat Çekme Yarışması Problemi	83
Etkinlik 7: Suç Problemi	85
Etkinlik 8: Yaz İşi Problemi	89
Etkinlik 9: Voleybol Problemi.....	92
Etkinlik 10: Kuaför Salonu Etkinliği	96
Etkinlik 11: Müzik Kursu Etkinliği	100
Etkinlik 12: Taksi Problemi	104
Etkinlik 13: Meşhur Bafra Dondurmacısı Etkinliği.....	109
Etkinlik 14: Uçağa Binme Problemi.....	112
Etkinlik 15: Kablo Makarası Etkinliği.....	115
Etkinlik 16: Okuma Yarışması Etkinliği	117
Etkinlik 17: Oyun Parkı Etkinliği.....	120
Etkinlik 18 ve 19: Minik Kızlar Voleybol Takımı Etkinliği.....	124
Etkinlik 20: Uzun Atlama Etkinliği	131
Etkinlik 21: Mutlu Hamburgerler Etkinliği.....	133
Etkinlik 22: Doğum Günü Hediyesi: Cep Telefonu Seçimi Etkinliği	135
Etkinlik 23: Pastacılar Yarışıyor Etkinliği.....	138
Etkinlik 24 ve 25: Müşteri Memnuniyeti Etkinliği 1 ve 2.....	141
Kaynakça.....	147

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1. Kavramsal temsillerin çeşitli gösterim türleri.....	6
Şekil 2. Problem çözme süreci	10
Şekil 3. İdeal matematiksel etkinlik modeli	10
Şekil 4. Maki & Thompson'a (1973) göre matematiksel modelleme döngüsü	12
Şekil 5. Matematiksel modelleme süreci	13
Şekil 6. MOE'nin çözümü için dört aşamalı çözüm planı.....	14
Şekil 7. PISA modelleme döngüsü	17
Şekil 8. MOE ve problem çözme arasındaki ilişki.....	20
Şekil 9. MOE'nin 6 prensibi	21
Şekil 10. Modelleme uygulamalarında oluşturulan grup örnekleri.....	30
Şekil 11. Öğretmenin modelleme çalışmaları sırasındaki doğru ve yanlış konumu.....	35
Şekil 12. Genel mektup taslağı örneği.....	37
Şekil 13. Model oluşturma etkinlikleriyle çalışma aşamaları	38
Şekil 14. Kağıttan uçak yapma yarışması adlı model oluşturma etkinliğine ait tanıtıcı makale.....	39
Şekil 15. Kağıttan uçak yapma yarışması adlı model oluşturma etkinliğine ait hazırlık soruları örneği.....	40
Şekil 16. Kağıttan uçak yapma yarışması adlı model oluşturma etkinliğine ait problem durumu	42
Şekil 17. Kağıttan uçak yapma yarışması adlı model oluşturma etkinliğine ait veri tablosu.....	43
Şekil 18. Tanıtıcı makale içinde problem durumunu	57

TABLO LİSTESİ

Tablo 1. Farklı Model Gösterimleri ve Kullanım Alanları	5
Tablo 2. Blum & Ferri (2009) Modelleme Döngüsünde Gerçekleşen Davranışlar Listesi	16
Tablo 3. Öğrencilerin Gruplandırılma Yöntemleri	31
Tablo 4. Modelleme Uygulamaları Sürecinde Öğrenci Sorularına Verilebilecek Öğretmen Yanıtları.....	35
Tablo 5. Modelleme Sürecinin Grup Olarak Değerlendirilmesi İçin Örnek Dereceli Puanlama Anahtarı.....	53

1. BÖLÜM

GİRİŞ

Günümüzde birçok eğitimci okullarında yetişen öğrencilerin okul dışında ve ilerideki mesleki yaşamlarında karşılaşacakları gerçek hayat problemlerini çözme noktasında ne kadar hazırlıklı olduklarını sorgulamaya başlamıştır (Blum, 2011; English, 2006; 2006a; Mousoulides, 2007). Günümüz dünyasında matematiksel bilgiyi bilmek tek başına yeterli olmayıp bilgiyi kullanabilmek, dönüştürmek ve yeniden tanımlamak önem kazanmıştır. Bireylerin eğitim hayatı boyunca okulda öğrendiği matematiksel bilgiyi yalnızca tanımlanmış matematiksel problemler üzerinde kullanmak ve problem çözümünde ezberlenen matematiksel işlem prosedürlerini uygulamak artık günümüzde yeterli değildir. Özellikle matematiği hayatında işlevsel olarak kullanabilen, diğer disiplinlerle ve günlük hayat durumlarıyla matematik arasındaki ilişkiyi kurabilen bireyler yetiştirmek matematik öğretiminin en temel amaçlarından biridir (MEB, 2018). Gerçek hayat durumunda karşılaşılan sorunların çözümünde matematiksel bilgiyi kullanmanın yanı sıra matematiksel düşünme sistemlerini de kullanmak küçük yaştan itibaren edinilmesi gereken önemli beceriler arasındadır (Şahin, 2014; Şahin & Eraslan, 2016; Şahin & Eraslan; 2017a).

Hayatta karşılaştığımız en küçük sorunun çözümüne dahi birçok faktör etki etmektedir. Hayatta her sorun kendi içinde bir karmaşıklıkla karşımıza çıkmaktadır. Bu karmaşık yapıyla yalnızca yetişkinler mücadele etmemektedir. Veri ile donatılmış dünyada küçük çocuklar farkında olmadıkları birçok sorunla karşı karşıya kalmaktadır. Marketten alınacak bir çikolataya zengin veri çeşitliliğinde karar vermek, küçük çocuklar için tanımlanmış karmaşık bir durumken, yetişkinler bu karmaşıklığı geliştirdikleri matematiksel düşünme sistemleri ile basite indirgeyebilmektedir. Oysa her yaştan birey için her problem durumunu çözüme ulaştırabilecekleri matematiksel düşünme becerileri farklı ve kendi yaş grubu çerçevesinde sınırlıdır. Bu nedenle bireyleri gerçek hayatta karşılaşacakları karmaşık yapıları, problemleri ve durumları tanımlayabilmeleri ve onlara çözüm üretebilmeleri için okul yaşamı ve matematik öğretimi önem taşımaktadır.

Öğrencileri okulun ötesinde geleceğine dahası gerçek hayata hazırlamak için onların matematiksel düşünce sistemlerini ve yeni matematiksel kavramlar oluşturmalarına imkân tanıyan karmaşık problem durumlarıyla karşılaşmalarını ve bu konuda deneyim sahibi olmalarını sağlamak gerekmektedir. Bu deneyimleri sağlamak amacıyla matematik öğretim programı, öğrencilerin öğrenme ortamının; tüm öğrencilerin üst-bilişsel becerilerini geliştirebilecekleri, kendi düşüncelerini açıklayıp paylaşabilecekleri ve matematiksel öğrenme süreçlerini yönetebilecekleri şekilde düzenlenmesi gerektiğine dikkat çekmektedir (MEB, 2018). Ayrıca matematik dersi öğretim programı problem çözme süreçlerinin gerçekleştiği ortamlarda, öğrencilerin kendi düşünce ve akıl yürütmelerini ifade ederken başkalarının matematiksel akıl yürütmelerinin de değerlendirilebileceği katılımcı bir sınıf ortamı oluşturulması gerektiğini vurgulamaktadır (MEB, 2018).

Çocukları özellikle küçük yaşlardan itibaren karmaşık gerçek yaşam problem durumlarıyla karşı karşıya getirmek ve onların karşılaştıkları problem durumlarına yaratıcı çözümler üretecekleri öğrenme ortamları sağlamak büyük önem taşımaktadır (Şahin, 2014; Şahin & Eraslan 2016; Şahin & Eraslan, 2017a; Şahin, 2019). İlkokul yıllarından itibaren matematiksel modellemeyi de içeren *Model Oluşturma Etkinliklerinin* (MOE) kullanılması programda bahsedilen bu ortamların oluşturulmasında faydalı olacaktır (English, 2006). Ülkemizde matematiksel modelleme etkinliklerine ilkökullerinde ilk defa 2015 yılında İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programında yer verilmiştir. İlkokul matematik dersi öğretim programında matematiksel modelleme altı temel beceriden biri olarak karşımıza çıkmaktadır. Ancak program incelendiğinde öğrencilerden beklenen beceriler açıkça tanımlanmamıştır. Sınıf içinde modelleme etkinliklerinin kullanılması gerektiği vurgulanırken, modelleme etkinliklerine yönelik örnekler yer almamaktadır. Modelleme etkinliklerinin uygulanması sonucunda öğrencilerin hangi becerileri sergilemesi gerektiği, nasıl değerlendirileceğine yönelik yeterli bilgiye yer verilmediği görülmektedir. Ayrıca 2018 yılında güncellenen Matematik Öğretimi Programı (MEB, 2018) incelendiğinde bir önceki programda yer verilen matematiksel modelleme etkinlikleri ve modelleme becerilerinin geliştirilmesine yönelik açıklamaların kaldırıldığı görülmektedir. Güncellenen öğretim programında matematiksel modelleme ve modelleme etkinliklerine yönelik açık ifadeler yer almasa da aslında program öğrencilerin problem çözme süreçlerinin geliştirilmesinin önemini vurgulamaktadır. Öğretim programı ile ayrıca öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini geliştirme, matematiksel okuryazarlık yeterliklerini geliştirecek ve bu yeterlikleri kullanma, matematiksel bilgiyi ve kavramları günlük yaşamda kullanabilme, problem çözme sürecinde matematiksel muhakeme becerilerini kullanma ve açıklayabilme, matematiksel dili etkili kullanabilme, fark-

lı temsil formatlarını kullanabilme becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmektedir (MEB, 2018). Öğretim programının belirtilen hedefleri gerçekleştirilmesinde öğrencilerin modelleme deneyimleri edinmesi önemlidir. Matematiksel modelleme etkinlikleri (model oluşturma etkinlikleri) aracılığıyla öğrencilerin modelleme sürecinde yukarıda bahsi geçen tüm becerileri geliştirmeleri ve kullanmaları sağlanmaktadır.

Öğrencilerin model oluşturma etkinlikleri ile çalışırken elde ettikleri matematiksel deneyimler, okul müfredatından oldukça farklı olup daha zengin öğrenme ortamı oluşturulmasında etkilidir (English, 2007). Model oluşturma etkinlikleri alışık olduğumuz problem çözme süreçlerinden farklı olarak öğrencilerden verileri ayırma, organize etme, veri seçme, nitel veriyi sayısallaştırma, verileri dönüştürme gibi farklı tipte işlemleri gerçekleştirmeleri ve farklı niceliklerin, sıralama, sıklık, yığılma, olasılık gibi hesaplamaların kullanıldığı gerçek yaşam durumlarını matematiksel olarak ifade etmeleri istenmektedir. English (2004) ilköğretim seviyesindeki öğrencilerin modelleme problemleri ile çalışırken;

- Metin ve diyagram şeklinde sunulan matematiksel ve bilimsel bilgiyi yorumlama,
- Basit veri tablolarını okuma,
- Verileri toplama, analiz etme ve temsil etme,
- Analiz edilen verilerden yazılı rapor hazırlama,
- Grup çalışması yapabilme
- Çalışmanın sonunda ulaştıkları çözümleri yazılı ve sözlü olarak sınıf arkadaşları ile paylaşabilme becerilerini edinebileceklerini belirtmiştir.

Ayrıca English ve Watters (2004) ilköğretim düzeyindeki öğrencilerle çalıştıkları modelleme problemlerinin öğrencilerin matematiksel düşünme, matematiksel akıl yürütme ve problem çözme becerilerini alışık olduğumuz problem türleri olan rutin problemleri çözmeye oranla çok daha fazla geliştirdiğini göstermişlerdir. Küçük yaşlardan itibaren öğrencilerin bu becerileri edinmesi, dünya vatandaşı bireyler yetiştirmekte çok daha etkili olacaktır. Bu nedenle çocukların matematiksel modelleme deneyimlerini küçük yaşlardan itibaren edinmesi, modelleme becerilerinin gelişimini ve bu konuda modelleme yeterliklerinin artmasını sağlayacaktır. Akıllara “modelleme yeterlikleri olmasa ne olur?”, “neden matematiksel modelleme becerileri geliştirilmeli?”, “modelleme etkinliği nedir?”, “modelleme etkinliği kullanmalı mıyım?”, “alışık olduğumuz matematik problemlerini neden kullanmıyoruz?”, “modelleme etkinlikleri alışık olduğumuz problemlerden farklı mıdır ve varsa farkı nedir?” şeklinde sorular gelmesi bizim beklediğimiz bir durum olup bu kitapla matematiksel modelleme ile ilgili buna benzer temel sorulara cevaplar bulacaksınız.

Matematiksel Model ve Matematiksel Modelleme Nedir?

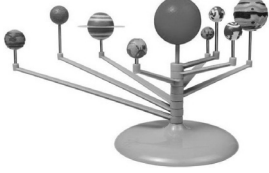



Model dendiğinde akıllara ilk olarak podyumda yürüyen mankenler, elbiseler, ayakkabılar, dergi kapaklarındaki görseller, bir binanın maketi, bir tasarıma ait prototip gibi durumlar geldiğini tahmin etmek hiçte zor değildir. Modelin tanımından yola çıkarak aklınıza gelen durumların ne kadar doğru olduğunu tartıştıktan sonra matematiksel model ve modelleme arasındaki ilişkiyi açıklayalım.

Modeller sembolik temsiller kullanılarak ifade edilebilen kavramsal sistemlerdir (Şahin, 2014; 2019). Bu tanım size çok teorik gelmiş olabilir. Şu şekilde yalınlaştıralım, hayatta karşılaştığımız karmaşık yapıların zihinde temsil edilme şekilleri vardır. Her birey bir durumu ya da olayı zihinde farklı şekilde temsilleştirmektedir. Karmaşık olan sistemlerin zihinde organize edilip basitleştirilmesi sonucunda oluşan yeni yapının bir prototip olarak tekrar temsil edilmesiyle oluşan yeni yapı modellerdir. Bu açıklamayı bir örnekle daha anlaşılır hale getirelim. Bir arsaya 5 kattan ve 4 bloktan oluşan bir site inşa edileceğini düşünelim. Arsaya bu 4 bloğu öyle bir yerleştirilmeli ki, otopark, oyun parkı, havuz, güvenlik, yeşil alan gibi farklı yaşam alanlarına imkân tanınmalıdır. Temel geometri bilgisi alan her birey binanın kapladığı alanı hesaplayarak, yaşam alanına ne kadar yer bırakılması gerektiğini hesaplayabilir. Ancak zihninizde çocukların hem park alanında oyun oynarken hem ebeveynlerin sosyalleşebileceği, havuza giren insanların güneşlenme süresi en uzun ve otopark sorunu olmayan bir site hayal edin. Ağaçların ve çimlerin olduğu, çocukların koşabildiği, top oynadığı bahçeleri olan, insanların oturabileceği kamelyaların yer aldığı yeşil alan, etrafında yürüyüş ve koşu parkuru olan ve bisiklet yolu bulunan bir site tasarlayalım. Şimdi tüm bu özellikleri taşıyan ve belirli bir alanda tasarlayacağınız siteyi zihninizde blok blok hayal edelim. Hayalimizde canlandırdığımız bu sitenin gerçek hayatta herkes tarafından somut bir şekilde görülmesi ve anlaşılması için sitenin tanıtım maketini dizayn edelim. Öyle etkili bir prototip olsun ki henüz inşaat başlamadan insanlar bu sitenin maketine baktıklarında kendilerini bu yaşam alanında koşu yaparken ve satın alacağı dairenin içinde kahvesini yudumlarken hayal edebiliyor olsun. İşte nasıl bir site olması gerektiği ile ilgili bilgiler bizim ilk aşamada karşılaştığımız karmaşık gerçek yaşam problemi temsil etmektedir. Zihninizde dizayn ettiğimiz ya da oluşturduğumuz site, bizim zihnimizdeki oluşan bir yapı yani zihinsel temsil ancak bunun dış dünyaya aktarılmış versiyonu olan maketler, bina prototipi ise zihinsel yapının dış gösterimi yani, modeldir. Tıpkı bilişsel kuramda kavramsal sistemlerin tanımlanmasında “şemalar”; “temsiller” ya da “yerleşik bilişsel yapılar (situated cognitive structures)” gibi terimler kullanıldığı gibi matematiksel modelleme perspektifinde bu temsillere matematiksel model adı verilmektedir (Lesh & Doerr, 2003a; Şahin, 2019).

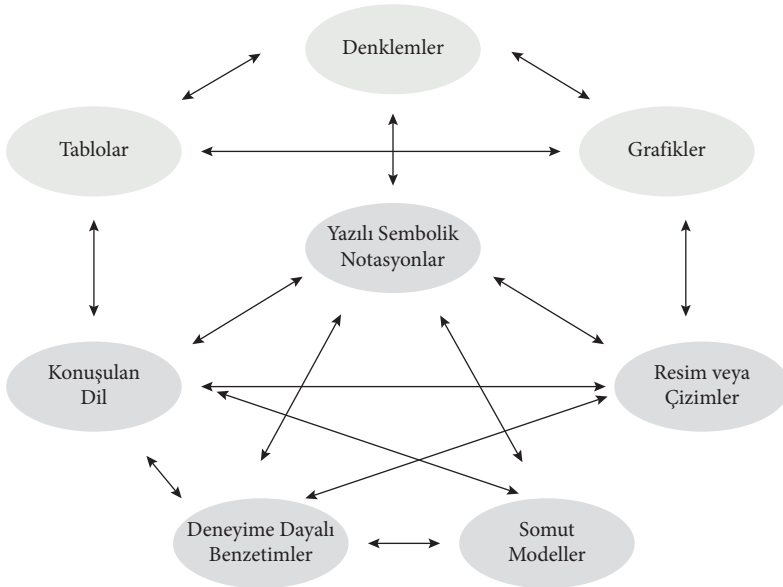
Gelelim en başta verdiğimiz örneklere; aklınıza ilk manken gelmişti biliyoruz. Mankenler aslında bir giysi tasarımını göstermek amacıyla onların beden

üzerinde nasıl duracağını göstermekte kullanılan bir araçtır. Tasarımcı o giysileri tasarlarken hayalinde canlandığı kadın ya da erkeğin vücut ölçüleri, boyu, kilosunu, saç rengi ve modeli, ten rengi, uygun makyajı ve takıları gibi birçok değişkenle birlikte hayal ederek tasarlamaktadır. Zihnindeki tüm bu yapının temsili aslında manken üzerinden gösterilmektedir. Mankene tam olarak model örneği diyemeyiz ancak, tasarımdaki modelin bir parçası olduğunu da vurgulamalıyız. Ancak matematiksel model tanımı, bu modellerden biraz ayrılmaktadır. Model ve modelleme fizik, kimya, mühendislik, tıp ve daha birçok alanda uygulamalarını görmek mümkündür. Farklı alanlara ait modellere aşağıdaki tabloda (Tablo 1) örnek verilmiştir.

Tablo 1. Farklı Model Gösterimleri ve Kullanım Alanları

Gerçek hayattaki durum	Modeller	İlgili oldukları disiplinler
Güneş Sistemi		Fen bilgisi, astronomi öğrenimi gibi alanlarda öğrencilere gezegenlerin sıralanması ve dizilimini göstermekte kullanılan temsil
Haritalar		Harita okuma, ölçeklendirme, harita mühendisliği ve matematik bilginin bir arada kullanıldığı modeller
Havacılık		Havacılık alanındaki uçak eğitiminde gerçek uçak kullanmadan önce simülasyon üzerinden uçak eğitimleri verilmektedir. Gerçeğin temsili olduğu için simülasyon modelleridir.
DNA dizilimi		Canlıların DNA dizimleri gözle görülür yapılar olmayıp, özellikle küçük yaş çocukların zihinde temsilleştirilmesinde kullanılan DNA somut modeli

Modeller, gerçek durumların ya da zihinde oluşan problemlere geliştirilen çözümün bir şekilde nesnelleştirilebilir olan bölümlerinin basite indirilmiş temsilleridir. Modeller, öğrencilerin ya da problem çözücülerin hem zihninde hem de kullandıkları denklemler, diyagramlar, bilgisayar programları ya da diğer somutlaştırılmış temsili medyalarda yer alan kavramsal sistemlerdir (Lesh & Doerr, 2003a; Şahin, 2014). Modeller yalnızca karmaşık sistemleri yorumlamak ve anlamlandırmakta kullanılan somut temsil araçları değildir aynı zamanda konuşulan dil, çizimler veya deneyimlerden de oluşabilir (Lesh & Doerr, 2003a; Şahin, 2014). Dikkat edilmesi gereken nokta şudur ki her kavramsal sistem bir model ortaya koymayabilir (Doerr & Tripp, 1999; Şahin, 2014). Kavramsal bir sistemin bir model olarak düşünülebilmesi için onun başka olgu veya sistemlerin davranışlarını tanımlamamıza, açıklamamıza, yorumlamamıza veya tahminde bulunmamıza yardımcı olması gerekmektedir (Şahin, 2014). Aşağıdaki şekilde kavramsal sistemlerin çeşitli temsili medyalara dağılımı örneğinde denklem, tablo ve grafiklerle gösterilen modeller ağırlıklı olarak lise ve üniversite seviyesindeki müfredatta kullanılırken diğer temsiller daha küçük yaş grubunda öğrenim gören öğrencilerin gösterimlerini temsil etmektedir (Lesh & Doerr, 2003a).



Şekil 1. Kavramsal Temsillerin Çeşitli Gösterim Türleri (Lesh & Doerr, 2003a)

Matematiksel modeller diğer modellerden farklı olarak, gerçek bir durumun ya da bir problemin, bir nesnenin ya da bir sistemin özellikle matematiksel dil kullanılarak temsil edilmesidir. Modellerin matematiksel dil kullanılarak temsil edilmesi, matematiksel modeli diğer modellerden ayırmayı kolaylaştıran bir un-

surdur. Öğrencilerin geliştirdikleri matematiksel modeller, kavramsal temsilleri anlamlandırarak gerçek dünya problemini yorumlamak ve çözmek için matematiksel fikirleri nasıl geliştirdiklerini ve matematiksel dili kullanarak matematikselleştirmeyi nasıl yaptıklarını açıklamakta yardımcı olmaktadır (Chan, Ng, Widjaja, & Seto, 2012; Şahin, 2019).

Modelleme ise birçok alanda gerçek hayattan bir nesnenin veya bir durumun temsillerini geliştirme sürecinin tamamını ifade etmektedir (Lesh & Lehrer, 2003). Modelleme, aslında modele ulaşma sürecini göstermektedir. Modelleme sırasında problem çözücü ya da modelleyici olayları ve problemleri yorumlama (tanımlama, açıklama veya oluşturma) sürecinde problem durumlarını zihinde düzenler, koordine eder, sistemleştirir ve organize ederek olaylar ve durumlar arasında bir ilişki bularak zihinde farklı modeller oluşturur (Erbaş & diğerleri, 2014). Modele ulaşılan kadar yapılan tüm bilişsel düşünceler, konuşmalar, tartışmalar modelleme sürecinin içinde yer almaktadır.

Matematiksel modelleme, bir olguyu gözlemlemeyi, ilişkileri tahmin etmeyi, matematiksel analizler (denklemler, sembolik yapılar vb.) uygulamayı, matematiksel sonuçlar elde etmeyi ve modeli yeniden yorumlamayı içeren matematiksel bir süreç olarak tanımlanabilir (Swetz & Hartzler, 1991; Lingefjärd, 2006). Tanımdan da anlaşılacağı üzere modelleme bir süreci ifade ederken, model ise modelleme süreci sonucunda elde edilen ürünü ifade etmektedir. Lesh & Doerr (2003a) ise matematiksel modellemeyi, model oluşturma etkinlikleri sırasında gerçekleşen bir süreç olduğunu ifade etmişlerdir. Model oluşturma etkinlikleri modelleme sürecinde öğrencilerin kendi temsillerini oluşturmaları ve geliştirmeleri açısından önemli birer araçtır (Lesh & Doerr, 2003a).

Matematiksel Modelleme Süreç Döngüsü

Matematiksel model ve matematiksel modelleme arasındaki ilişkiyi, karmaşık bir problem durumunun çözümü (ürün) ve bu çözüme ulaşmadaki süreç olarak tanımlamıştık. Modelleme bir süreçtir ve bu süreci tanımlamada bir dizi aşamanın bilinmesi ve açıklanması gerekmektedir. Matematiksel bir model oluşturma sürecinde model oluşturma etkinlikleri bir araçtır ve bu etkinliklerin çözüm süreci bizim okulda sıklıkla çözdüğümüz problemlerden biraz daha farklı ve karmaşık bir dizi aşamayı içermektedir. Model oluşturma etkinlikleri (MOE) çözümü sırasında modelleme süreci gerçeklemede olup, sonuçta ürün olarak elde edilen çıktı matematiksel model olarak tanımlanmaktadır. MOE ile çalışan öğrencilerin modelleme sürecinde hangi aşamalardan geçtiğini bilmek, modelleme uygulamaları yapacak olan araştırmacılar ve uygulamacılar için önemlidir. Modelleme