

Kuramdan Uygulamaya

Matematik Felsefesi

Dr. Öğr. Üyesi Mehmet Kasım KOYUNCU



Dr. Öğr. Üyesi Mehmet Kasım KOYUNCU

**Kuramdan Uygulamaya
MATEMATİK FELSEFESİ**

ISBN 978-625-6357-65-5

Kitap içeriğinin tüm sorumluluğu yazarına aittir.

© 2023, PEGEM AKADEMİ

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayinevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten **uluslararası akademik bir yayınevidir**. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan **WorldCat** ve ayrıca Türkiye'de kurulan **Turcademy.com** tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere <http://pegem.net> adresinden ulaşılabilir.

I. Baskı: Şubat 2023, Ankara

Yayın-Proje: Şehriban Türüldür
Dizgi-Grafik Tasarım: Tuğba Kaplan
Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Ay-bay Kırtasiye İnşaat Gıda Pazarlama ve Ticaret Ltd. Şti.
Çetin Emecş Bulvarı 1314. Cadde No: 37A-B Çankaya/ANKARA
Tel: (0312) 472 58 55

Yayıncı Sertifika No: 51818
Matbaa Sertifika No: 46661

İletişim

Macun Mah. 204. Cad. No: 141/A-33 Yenimahalle/ANKARA
Yayınevi: 0312 430 67 50
Dağıtım: 0312 434 54 24
Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60
İnternet: www.pegem.net
E-ileti: pegem@pegem.net
WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

Dr. Öğr. Üyesi Mehmet Kasım KOYUNCU

1983 yılında Erzurum'da dünyaya geldi. İlk ve orta eğitimini doğduğu şehirde, lise ve üniversite eğitimini ise İstanbul'da tamamladı. Lisans eğitimi sona erdiğinde yaklaşık 13 yıl sürecek olan matematik öğretmenliği mesleğine başladı. 2013 yılında Uluslararası Bakalorya (IB) eğitimi almak üzere Berlin'de yapılan IB (Mathematics SL) çalıştaylarına katıldı. "Matematik felsefesi etkinliklerinin öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerine, matematiğe yönelik tutum ve inançlarına etkisinin incelenmesi." başlıklı tezini yazarak doktora eğitimini tamamladı. Lisansüstü eğitimi esnasında farklı ülkelerin matematik eğitimlerini yerinde görmek ve karşılaştırmalı çalışmalar yapabilmek üzere başta Finlandiya, Rusya, Almanya, İsrail, İngiltere, Avusturya ve İtalya olmak üzere dünyanın çeşitli ülkelerinde matematik eğitimi temalı araştırmalarda bulundu. Matematik felsefesi ve tarihi alanlarında araştırmalar yapan yazar, meslek hayatına İstanbul Sabahattin Zaim Üniversitesi'nde devam etmektedir. Yazar, ayrıca İZÜ Bilimsel Araştırma Projesi kapsamında yayımlanan "Rakkam" isminde "Türkiyenin İlk ve Tek Matematik Tarihi Gazetesi"nin genel yayın yönetmenliğini yapmaktadır.

ORCID No: 0000-0002-8279-6342

İletişim için: kasim.koyuncu@izu.edu.tr
mehmetkasimkoyuncu@gmail.com

Bu alışma, yazarın Marmara Üniversitesi, Eđitim Bilimleri Enstitüsü'nde, Prof. Dr. Ahmet şükrü Özdemir'in danışmanlığında yürütölen, 2018 yılında tamamlanmış, “*Matematik Felsefesi Etkinliklerinin Öğrencilerin Matematiksel Düşünme Becerilerine, Matematiğe Yönelik Tutum ve İnançlarına Etkisinin İncelenmesi*” başlıklı doktora tezinden üretilmiştir.

ÖN SÖZ

Proton ve nötron, bir atom için ne ifade ediyorsa; matematik, felsefe, edebiyat ve sanat da bir insan veya bir toplumun ilerlemesi için aynı konumdadır denilebilir. Aslında sözü edilen disiplinler tek başlarına hiçbir işe yaramazlar. Bir hiçtirler. Paradoksal bir biçimde, aslında her şeydirler. Yani çekirdek konumundadırlar. Zira bu disiplinler, düşünmeyi öğretirler. Doğru ve mantıklı düşünmeyi... Dahası, doğayı anlamanın, onun zorluklarıyla başa çıkmanın ve sunduğu fırsatlardan doğru bir biçimde yararlanabilmenin çıkış noktasında yer alırlar. Peki, *bir şeyi anlamanın çıkış noktasında yer almak* ne demektir? İlk bakışta cevaplanması oldukça kolay gibi görünen bu sorunun, kitabı okumaya başlamadan önce üzerinde derinlemesine düşünülmesinde sayısız yararlar olduğu kanaatindeyiz.

Nasıl ki sanat felsefesiyle tuval boyanmıyor, tarih felsefesiyle ülke sınırları yeniden çizilmiyorsa, matematik felsefesi marifetiyle de matematik yapılmaz. Ancak, sözü edilen sahalarda felsefeden etkilenmemek imkansıza yakındır. Sanat felsefesiyle resim yapılmayacağı açık olmasına rağmen herhangi bir ressamın herhangi bir eserinde hangi felsefi düşünceyi yansıttığını görmek pek de zor değildir. Bu bakımdan matematik felsefesi ile yapılması amaçlanan şey, matematiğe ve matematiksel kavramlara ışık tutmak olabilir. Tutulan ışığın oluşturduğu aydınlık, bir münazara ortamı oluşturur. Bu ortamda matematiğe ait nesnelerin varlığı, iç yüzü, hakikati, diğer bilimlerle ilişkisi ve doğaya uyumu gibi konular ele alınır. Bu noktadan hareketle bu eser, bir matematik ders kitabı olarak görülmemelidir ve öyle bir iddiası da yoktur. Matematiğin neye dair olduğunu akademisyenler, matematik eğitimi alanında lisansüstü eğitimini sürdüren öğrenciler ve öğretmen adaylarına etkinlikler yoluyla sunan özgün bir bilimsel eser olarak görülmelidir. Peki, niçin etkinliklerle ve niçin özellikle bu kitleye?

Bilindiği üzere yalnızca ansiklopedik bilgi aktararak bir konu üzerinde konuşmak veya bir ders anlatmak çoğu zaman dinleyenler açısından üzerinde konuşulan konuyu veya anlatılan dersi sıkıcı kılmaktadır. Matematik felsefesi dersini almak zorunda olan kitlenin sayısal branş öğrencileri olduğu gerçeği de göz önünde bulundurulunca bunaltıcılığın derecesinin nasıl bir seviyeye ulaşacağını tahmin etmek güç olacaktır. Her şeyin ötesinde bu durum konuya olan ilgiyi azalttığı gibi

aktarılan bilgilerin kalıcı olmasının da önüne geçmektedir. Dinleyenlerin ilgili derste/konferansta öğrendikleri -daha sonra doğal olarak unuttukları- bilgileri meslek hayatlarında kullanmak istememeleri ise kaçınılmaz son olacaktır. Tüm bu sebepler bir araya getirildiğinde, kitabın uygulama kısmı olan beşinci bölümünde yer alan etkinliklerin, matematik felsefesinin öğrenilmesinin yanı sıra içselleştirilmesine de katkı sağlayacağını düşünüyoruz.

Ortaöğretim yıllarında da durum farklı değildir. Şöyle ki; bir matematik öğretmeni, teknoloji, pedagoji ve alan bilgisi donanımına sahip olmanın ötesinde matematik felsefesi ve tarihine de hakim olduğu oranda ders anlatımı esnasında engin bir sunum zenginliğine sahip olabilir ve öğrencileri gözünde entelektüel bir duruş sergileyebilir. Böyle bir öğretmenin mesleğinden alacağı hazzı ve öğrencilerinin derse ne derece odaklanacaklarını tahmin etmek güç değildir. Öğretmen adaylarının bu kitabın hedef kitlesi arasında yer almasının temel nedeni budur. Diğer taraftan, bu eser, matematik felsefesi etkinlikleri ile zenginleştirilmiş/farklılaştırılmış öğretim ortamlarında -çeşitli araştırma yöntemleri kullanılarak- yürütülecek bilimsel çalışmalar yapmayı planlayan bilim insanlarının başvurabilecekleri kaynak bir eser niteliği taşımayı amaçlamaktadır. Özetle, alanda yeni çalışmaların önünü açmayı amaçlamaktadır. Bu bakımdan, hedef kitlenin arasında akademisyenler ve matematik eğitimi alanında lisansüstü eğitimini sürdüren öğrenciler de yer almaktadır.

Elinizdeki bu kitap teknik olarak beş bölümden oluşsa da özü itibarıyla iki kısımdan oluşmaktadır. Birinci kısımda matematik felsefesi etkinliğinin kuramsal çerçevesi oluşturulmuştur. İkinci kısımda ise oluşturulan kurama dair uygulamalar sunulmuştur. Bu nedenle kitabın isminde *Kuramdan Uygulamaya* ifadesine yer verilmiştir. Diğer taraftan, teknik olarak ilgili bölümlerin içerikleri şu şekilde özetlenebilir: Birinci bölümde; bazı önemli açıklamalar yaparak diğer bölümlerin anlaşılmasını kolaylaştırmak ve böylece konuya sezgisel bir biçimde giriş yapmak hedeflenmiştir. Dolayısıyla bu bölüm, okurun konuya dair hazır bulunuşluk düzeyini artıracak nitelikte kaleme alınmıştır. İkinci bölümde; literal anlamda matematikten ne anlaşıldığı, filozofların neden matematikle ilgilendiği, matematik felsefesinin ne olduğu ve matematiğin temellerine dair felsefi görüşlerin neler olduğu gibi konular üzerinde durulmuştur. Üçüncü bölümde; matematik felsefesinin mate-

matik eğitimindeki konumu ele alınmıştır. Dördüncü bölümde; bir etkinliğin matematik felsefesi etkinliği olması için gerekli kıstaslar ortaya konmuş yani söz konusu etkinliğin karakteristik özellikleri açıklanmış ve matematik felsefesi etkinliği tanımlanmıştır. Beşinci ve son bölümde ise kuram kısmı tamamlandığından uygulama kısmına geçilmiştir. Yani matematik felsefesi etkinliklerine ilişkin bazı örnekler verilmiştir. Etkinlikler hakkında amaç, yöntem, hedef kitlesi, süre, uygulama biçimi ve değerlendirme gibi gerekli tüm tanımlayıcı ve yapısal bilgiler, ilgili etkinlik öncesinde sunulmuştur. Elbette ki matematik felsefesi alanında yapılması planlanan etkinlikler, bu kitapta yer alan etkinliklerle sınırlı değildir. Ancak ilham vermesi, özgün ve öncü olması açısından önem arz etmektedir.

İnsan algısının sınırlı oluşu; ürettiği eserlerin, ileri sürdüğü fikirlerin mükemmel olamayışını garanti eder. Üst örtlü bir biçimde “felsefe” bunun için vardır. Ayrıca, tarih gösteriyor ki kavramların karşılaştığı anlamlar insan algılarında değişikliğe uğramıştır. Yani kelimeler değişmemesine rağmen aynı kelimenin anlamında bir takım değişiklikler olmuştur. Bu iki sebepten ötürü, yazılan her eser tashihe muhtaçtır. Hatta bir cümle tamamen doğru olsa bile zaman içinde onu daha iyi ifade eden başka bir cümle mutlaka bulunur. Bu bakımdan, bu kitabın yazarı, kitapla ilgili eleştirilere oldukça açıktır ve geri-bildirimleriniz için kendisiyle mail yoluyla iletişime geçebilirsiniz.

Bu eseri hazırlayabilmek için okuduğum tüm kitapların yazarlarına, üzerimde emeği olan anneme, babama ve başta Prof. Dr. Ahmet Şükrü Özdemir olmak üzere tüm hocalarıma gönülden şükranlarımı sunuyorum. Bu kitabın içindeki güzellikler onlara, noksanlıklar ise ben-denize aittir.

Ayrıca, kitabın hazırlanmasında emeği geçen Pegem Akademi'ye eleştiri ve önerileri ile kitabın olgunlaşmasına katkı sağlayan hakem heyetine şükranlarımı sunuyorum.

Konu ile ilgilenen herkese ilham vermesini ümit ediyorum.

Faydalı olması dileğiyle...

Elife...

İÇİNDEKİLER

Ön Söz.....	v
1. Bölüm: Giriş.....	1
1.1. Matematiğin Ortaya Çıkışı.....	1
1.2. İki Önemli Kavram: Buluş ve Keşif.....	4
1.3. Doğanın Dili Alegorisi	5
2. Bölüm: Matematik Felsefesi.....	13
2.1. Matematik Deyince Ne Anlıyoruz?.....	13
2.2. Filozoflar Neden Matematikle İlgilenirler?.....	18
2.3. Matematik Felsefesi.....	21
2.3.1. Matematiğin Temellerine İlişkin Felsefi Görüşler	27
2.3.1.1. Mantıkçılık (Logicism)	28
2.3.1.2. Sezgicilik (Intuitionism)	31
2.3.1.3. Biçimcilik (Formalism).....	33
2.3.1.4. Yarı Deneyselcilik (Quasi-Empiricism/Fallibilism).....	35
2.4. Platonculuk (Platonism).....	37
3. Bölüm: Matematik Felsefesinin Matematik	
 Eğitimindeki Konumu.....	47
4. Bölüm: Matematik Felsefesi Etkinliği	51
4.1. Okuma Önerileri.....	61

5. Bölüm: Etkinlikler	63
Etkinlik 1: Mağara Alegorisi	64
Etkinlik 2: Mantıkçı Arama Oyunu	70
Etkinlik 3: Zeno Paradoksu	71
Etkinlik 4: Keşif - İcat Münazarası	74
Etkinlik 5: Geometri Bilmeyen Giremez Skeci.....	75
Etkinlik 6: Sezgicilik Yarışı	78
Etkinlik 7: Gazete Hazırlama Etkinliği	79
Etkinlik 8: Tartışmanın Prensipleri	88
Etkinlik 9: Bilgiler ve Fikirler.....	89
Etkinlik 10: En Biçimciyi Bulalım	90
Etkinlik 11: Akıl Yürütme ve Argümanlar	91
Etkinlik 12: Sokratik Bir Diyalog: Sokrat - Hipokrat Skeci.....	92
Etkinlik 13: Matematiğin Uygulamaları: Arşimet - Heron Skeci.....	93
Etkinlik 14: Platonistleri Seçiyoruz Oyunu.....	94
Etkinlik 15: Yanlışlanabilirlik, Yanlışlanabilir mi?	95
Etkinlik 16: Sayılar ve Gerçeklik.....	96
Etkinlik 17: İspat ve Çürütmeler Diyalogu	97
Kaynakça	99

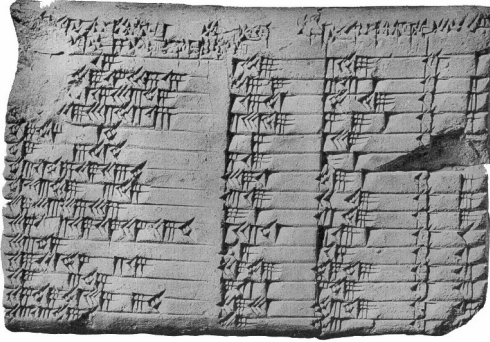
1. BÖLÜM

GİRİŞ

1.1. Matematiğin Ortaya Çıkışı

Arkeologlar ve tarihçiler, birtakım kalıntılardan hareketle haklı olarak matematiğin M.Ö. 3000 ila 2000 yılları arasında ortaya çıkmış olabileceğini tahmin etmişlerdir. Şimdilerde ise bilinen en eski kalıntılardan önce sanki matematik kullanılmıyormuş gibi bir kanaat var. Ancak bu yoruma açık bir meseledir. Bu kitabın yazarı, ilkokul yıllarında sınıf duvarlarında ve okul panolarında on bin yıl önceki ilkel kavimlerin ağaç kovuklarında, mağaralarda ve nehir yataklarında hayat sürdüğünü resimleri ile birlikte görür ve bu hayal ürünü bilgilerle donatılmış kitapları okurdu. Ancak, 1995 yılında Alman arkeolog Prof. Dr. Klaus Schmidt'in başlattığı araştırmalar sonucunda gün ışığına çıkarılan Göbeklitepe Mabedi, bu hatalı ezberi bozar. Çünkü Maslow'a (1943) göre, inanç konusu, ihtiyaçlar hiyerarşisinde ilk sıralarda yer almadığından mabet inşa etmeye gelene kadar insanların beslenme, barınma ve güvenlik gibi diğer temel ihtiyaçlarını önceden karşılamış olmaları gerekir. Dahası, insanoğlunun milattan on iki bin yıl önce Göbeklitepe gibi kompleks bir mabedi yapabilmeleri için öncelikli olarak mesken inşa etmeyi öğrenmesi, daha sonra toprağı işlemeye başlayarak medenî bir hayata geçmesi gerekir. Yapılan eserlere bakıldığında ise Göbeklitepe'de mühendislik zekâsına ve hatta heykel yapabilecek derecede sanat anlayışına sahip kimselerin olduğu sonucuna varılır. Bu arada sanat ve estetiğe olan ihtiyacın da ilk sıralarda yer almadığını biliyoruz. Bu tür ihtiyaçlar, ancak ve

yalnız önceki temel ihtiyaçlar karşılandıktan sonra gerçekleştirilir. Çünkü evsiz veya açlık çeken bir topluluğun, mabet veya heykel inşa etmesi hayaldir. Buradan şu sonuca varıyoruz; bilinen en eski kalıntılardan önce matematiğin kullanılmadığına dair bir fikir, yoruma ve tartışmaya açıktır. Yani Plimpton-322 tableti¹, Rhind² ve Moskova³ Papirüslerinden önce matematik kullanılmıyor muydu?



Şekil 1. Plimpton 322 (Url-1, 2022)

- 1 M.Ö. 1800 ile 1650 yılları arasında yazıldığı düşünülen ve Babil matematiğinin bir örneğini içermesiyle dikkat çeken bir tablet. Tablette, Babil altmışlık gösterimindeki sayılar tablosu (15 satır ve 4 sütun) yer almaktadır. İçerdiği bu örnek, Avusturyalı-Amerikalı matematikçi ve bilim tarihçisi Otto E. Neugebauer'e göre Pisagor üçlülerini konu almaktadır. Bu teze göre, Pisagor'dan bin yıl önce Babil medeniyetinin de söz konusu bilgilere sahip olduğu sonucu çıkmaktadır.
- 2 Matematik problemlerini çözmeyi öğrenmek/öğretmek için bölme, çarpma, kesirler, hacim ve alan problemlerinden oluşan, yaklaşık olarak M.Ö. 1550 yıllarında yazıldığı tahmin edilen ve eski mısır döneminde kullanılan bir papirüs. Bir tür matematik ders kitabı. Adını, 1858'de papirüsü satın alan İskoç antikacı/arkeolog -British Museum'a göre avukat- Alexander Henry Rhind'den almıştır.
- 3 Aritmetik, geometri ve cebir alanlarında yaklaşık olarak 25 uygulamalı problemten oluşan eski bir Mısır matematik papirüsü. M.Ö. 1700 yıllarında yazıldığı tahmin edilmektedir. Vladimir Golenishchev tarafından satın alınmış ve daha sonra bugün Moskova'da bulunan Puşkin Devlet Güzel Sanatlar Müzesi'ne satılmıştır.

Bu soruları cevaplandırmak ve fikirleri bir temele oturtmak üzere ilgili dönemi yansıttığı, popüler ve konuyla ilgili oldukları için biri batıdan diğeri ise doğudan olmak üzere iki kaynağa başvuruyoruz. Davis, Hersh ve Marchisotto, (2012) *The Mathematical Experience* isimli eserlerinde matematiğin ortaya çıkışı ve kullanıma dair ihtiyacın insanlık ile eşzamanlı olduğunu ifade ediyor. Ayrıca, dünyanın varoluşu ve Âdem peygamberden itibaren tüm peygamberleri ansiklopedik olarak geniş biçimde ele alan Emin Hirevî, *Altıparmak Peygamberler Tarihi* isimli eserinde Âdem peygamberin üçüncü oğlu olan Şit peygambere küçük kitaplar geldiğini ve bu kitaplarda kendisine hikmet ilmi, matematik, sanayi bilgileri, kimya ilmi ve daha birçok şey bildirildiğini yazmaktadır.

Dolayısıyla matematiğin ortaya çıkışının ilk insanla birlikte başladığını tasavvur etmede bir engel görünmemektedir. Şu halde tüm medeniyetler açısından *matematik serüveni* denilen hadise, tedrici bir idrak süreci olarak kabul edilebilir. Yani, derece derece kainatı kavrama çabası ve süreci. Fakat matematiğin ilk insandan beri mevcut olmasıyla ilgili elimizde herhangi bir belge yoktur. Zaten bunun için *tasavvur etmek* ifadesini kullanıyoruz. Zira tarihçilerin elinde ilk insana ait olduğu iddia edilen yazılı herhangi bir belge bulunmamaktadır. Sümer çivi yazısının, keşfedilen en eski yazı türü olduğu bilindiğine göre, yazılı tarih denilen disiplin beş bin yıllık bir vakadır. Demek ki herhangi bir delil olmaması gayet doğaldır. Hem her yeni arkeolojik kazı, eldeki son tarihî vesikayı değiştirmiyor mu? Bunun doğal bir sonucu olarak tarih bilgimiz de değişmiyor mu? Göbeklitepe örneği bu bakımdan son derece önemlidir. Demek oluyor ki, matematiğin ilk insandan beri bilinçli bir biçimde kullanılmış olmasına dair bir tasavvurun, aklın bir icabı olduğunu ve söz konusu disiplinin, derece derece ilerleyip, bu bilgilerin bir miras ya da bir kartopu gibi birikerek günümüze kadar geldiğini ifade etmek pekâlâ mümkündür.