

Matematik Eğitiminde İlişkilendirme

Editörler:

Hayal YAVUZ MUMCU

Aslıhan OSMANOğLU

Himmet KORKMAZ



Editörler: Hayal YAVUZ MUMCU - Aslıhan OSMANOĞLU - Himmət KORKMAZ

MATEMATİK EĞİTİMİNDE İLİŞKİLENDİRME

ISBN 978-625-6357-77-8

Kitap içeriğinin tüm sorumluluğu yazarlarına aittir.

© 2023, PEGEM AKADEMİ

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Pegem Akademi Yay. Eğt. Dan. Hizm. Tic. AŞ'ye aittir. Anılan kuruluşun izni alınmadan kitabın tümü ya da bölümleri, kapak tasarımı; mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt ya da başka yöntemlerle çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz. Bu kitap, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı bandrolü ile satılmaktadır. Okuyucularımızın bandrolü olmayan kitaplar hakkında yayınevimize bilgi vermesini ve bandrolsüz yayınları satın almamasını diliyoruz.

Pegem Akademi Yayıncılık, 1998 yılından bugüne uluslararası düzeyde düzenli faaliyet yürüten **uluslararası akademik bir yayınevidir**. Yayımladığı kitaplar; Yükseköğretim Kurulunca tanınan yükseköğretim kurumlarının kataloglarında yer almaktadır. Dünyadaki en büyük çevrimiçi kamu erişim kataloğu olan **WorldCat** ve ayrıca Türkiye'de kurulan **Turcademy.com** tarafından yayınları taranmaktadır, indekslenmektedir. Aynı alanda farklı yazarlara ait 1000'in üzerinde yayını bulunmaktadır. Pegem Akademi Yayınları ile ilgili detaylı bilgilere <http://pegem.net> adresinden ulaşılabilir.

I. Baskı: Şubat 2023, Ankara

Yayın-Proje: Ferdi Akkaya

Dizgi-Grafik Tasarım: Müge Kuyrukcu

Kapak Tasarımı: Pegem Akademi

Baskı: Ay-bay Kırtasiye İnşaat Gıda Pazarlama ve Ticaret Ltd. Şti.
Çetin Emeç Bulvarı 1314. Cadde No: 37A-B Çankaya/ANKARA
Tel: (0312) 472 58 55

Yayıncı Sertifika No: 51818

Matbaa Sertifika No: 46661

İletişim

Macun Mah. 204. Cad. No: 141/A-33 Yenimahalle/ANKARA

Yayınevi: 0312 430 67 50

Dağıtım: 0312 434 54 24

Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60

İnternet: www.pegem.net

E-ileti: pegem@pegem.net

WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

ÖN SÖZ

Bilgi ve teknolojideki hızlı gelişimlere bağlı olarak günümüz toplumlarında ihtiyaç duyulan insan gücü de değişmiştir. Bilgiye erişimin oldukça kolaylaştığı günümüz dünyasında artık bilgiye sahip olan değil, bilgiyi kullanabilen bireylere ihtiyaç vardır. Matematik eğitimi söz konusu olduğunda, matematiksel bilginin kullanımı ise bireylerin birtakım matematiksel becerilere sahip olmasını gerektirmektedir. Söz konusu beceriler arasında yer alan problem çözme, akıl yürütme (muhakeme), ilişkilendirme, iletişim gibi beceriler ulusal ve uluslararası müfredatlarda vurgulanmakta ve bu bağlamda okul matematiğinin temel hedefinin bireylere matematiksel becerilerin kazandırılması olduğu ifade edilmektedir.

Matematiksel beceriler arasında yer alan ilişkilendirme, matematik ile uğraşan ve matematik yapan herkesin yoğun olarak kullandığı bir araçtır. Zira matematiksel bilginin yapısı itibarıyla yığılmalı bir disiplin olması, matematiksel çalışma ortamlarının odağında ilişkilendirme süreçlerinin yer almasına neden olmaktadır. Matematiksel bilginin yaşamda kullanımında ise farklı tür ilişkilendirmeler söz konusu olabilmektedir. Bu bağlamda matematiksel ilişkilendirme üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde bunların oldukça geniş bir alana ilişkin farklı temalara sahip oldukları görülmektedir. Burada sözü edilen tüm temaları matematiksel ilişkilendirme süreçlerine bağlı olarak ele alan çalışmalar ise oldukça sınırlıdır. Bununla birlikte 2018 yılında yapılan revizyonla birlikte, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programı'nda 'Matematik Öğretiminde İlişkilendirme' dersinin zorunlu ders olarak yerini alması, konu ile ilgili olarak öğretmen adaylarının ve akademisyenlerin ihtiyacına cevap verebilecek bir kaynağa ihtiyaç duyulmasına yol açmıştır. Söz konusu ihtiyaca ve alan yazındaki sınırlılığa bağlı olarak yola çıktığımız bu kitap projesinin amacı, değerli matematik eğitimcilerini bir araya getirerek, matematik eğitiminde ilişkilendirmenin ne anlama geldiği, farklı türleri, önemi ve öğrencilere nasıl kazandırılabileceği üzerine uygulama önerilerinin ortaya konulabilmesidir. Kitap kapsamında öncelikle matematik eğitiminde ilişkilendirmenin ne anlama geldiği ve farklı türleri kuramsal zeminde ortaya konulmaya çalışılmış, daha sonra farklı tür ilişkilendirmelere yönelik olarak kitabın diğer bölümleri oluşturulmuştur.

Kitabın sınırlılıkları muhakkak ki mevcuttur. Siz değerli okuyucularımızdan görüş ve önerilerinizi ilişkilendirmekitap@gmail.com e-postası üzerinden bizlerle paylaşmanızı rica ediyoruz.

Hayal YAVUZ MUMCU
ORCID No: 0000-0002-6720-509X

Aslıhan OSMANOĞLU
ORCID No: 0000-0002-3549-3656

Himmet KORKMAZ
ORCID No: 0000-0002-7495-8452

Şubat 2023

BÖLÜMLER VE YAZARLARI

Editörler: Hayal YAVUZ MUMCU - Aslıhan OSMANOĞLU - Himmet KORKMAZ

1. Bölüm: İlişkilendirme ve Matematik Eğitimindeki Anlamı

Hayal YAVUZ MUMCU, Ordu Üniversitesi
ORCID No: 0000-0002-6720-509X

2. Bölüm: Kavramlar Arası İlişkilendirme

Aslıhan OSMANOĞLU, Ordu Üniversitesi
ORCID No: 0000-0002-3549-3656

3. Bölüm: Farklı Temsiller Arası İlişkilendirme

Hayal YAVUZ MUMCU, Ordu Üniversitesi
ORCID No: 0000-0002-6720-509X

4. Bölüm: Matematiği Gerçek Yaşamla İlişkilendirme

Himmet KORKMAZ, Ordu Üniversitesi
ORCID No: 0000-0002-7495-8452
Mahmut KERTİL, Marmara Üniversitesi
ORCID No: 0000-0002-0633-7144

5. Bölüm: Okul Dışı Öğrenme Ortamlarında İlişkilendirme

Esen ERSOY, Ondokuz Mayıs Üniversitesi
ORCID No: 0000-0002-7594-8838

6. Bölüm: Matematiği Diğer Disiplinlerle İlişkilendirme

Çağlar Naci HIDIROĞLU, Pamukkale Üniversitesi
ORCID No: 0000-0002-3774-4957

7. Bölüm: Matematik ve Sanat

Emre EV ÇİMEN, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
ORCID No: 0000-0002-6835-6578

8. Bölüm: Matematiksel İlişkilendirme Becerisini Geliştirmede Teknoloji Kullanımı

Şule ÖZCAN, Dicle Üniversitesi
ORCID No: 0000-0003-3112-8915
Yılmaz ZENGİN, Dicle Üniversitesi
ORCID No: 0000-0003-1276-457X

İÇİNDEKİLER

Ön Söz.....	iii
Bölümler ve Yazarları.....	v

1. BÖLÜM

İLİŞKİLENDİRME VE MATEMATİK EĞİTİMİNDEKİ ANLAMI

Matematiksel Öğrenme	2
Matematiksel İlişkiler	4
Matematiğin Sahip Olduğu Bir Özellik Olarak Matematiksel İlişkiler	5
Matematiksel Anlayışın Bir Ürünü Olarak Matematiksel İlişkiler	5
Matematik Yapma Sürecinin Bir Parçası Olarak Matematiksel İlişkiler	6
Matematiksel İlişkilendirme	7
Kavramsal (İlişkisel) ve İşlemsel Anlama.....	9
Matematiksel İlişkilendirme Türleri	12
Matematik Sınıflarında İlişkilendirme	18
Matematiksel İlişkilendirmenin Önemi.....	23
Kaynakça.....	26

2. BÖLÜM

KAVRAMLAR ARASI İLİŞKİLENDİRME

Matematiksel İlişkilendirme	34
Kavramsal Anlama ve Önemi.....	38
Kavramlar Arası İlişkilendirme	42
Kavramlar Arası İlişkilendirmeye Yönelik Uygulama Önerileri.....	53
Sonuç	63
Kaynakça.....	64
Ek 1	68
MEB (2018) Matematik Dersi Öğretim Programı (5-8. sınıflar) Kavramlar Arası İlişkilendirmelere Yönelik Kazanımlar	68

3. BÖLÜM

FARKLI TEMSİLLER ARASI İLİŞKİLENDİRME

Matematiksel İlişkilendirmede Gösterim Temsil ve Model Kavramları.....	72
Matematiksel Temsil	74
İçsel-Dışsal Temsiller	77
Matematiksel Temsiller ve Matematiksel Anlama	79
Çoklu Temsiller ve Temsil (Dönüşüm) Sistemleri	81
Lesh Çoklu Temsil Dönüşüm Modeli.....	82

Janvier Temsil Dönüşüm Modeli	85
Goldin Temsil Sistemi.....	86
Çoklu Temsiller Arası İlişkilendirme.....	88
Temsil Kullanımında Öğrenci Güçlükleri.....	91
Matematik Sınıflarında Çoklu Temsillerin Kullanımı.....	94
Uygulama Önerileri	101
Uygulama Önerisi 1: Dağılım Özelliği	101
Uygulama Önerisi 2: Çarpma Algoritmasının Öğretimi	103
Uygulama Önerisi 3: Kesrin Farklı Temsilleri.....	105
Uygulama Önerisi 4: Kesir Toplamı: Payda Eşitleme Niçin Gerekli?	106
Uygulama Önerisi 5: Tam Sayılı Kesirlerle Çarpma	108
Uygulama Önerisi 6: Ondalık Gösterimler	110
Uygulama Önerisi 7: İçler Dışlar Çarpımı	111
Uygulama Önerisi 8: Çıkarma İşleminin Anlamı	112
Uygulama Önerisi 9: Aritmetikten Cebire İlk Adım.....	114
Uygulama Önerisi 10: Örüntü Temsilleri	115
Uygulama Önerisi 11: Cebirsel Modeller.....	116
Uygulama Önerisi 12: Veri İşlemede Farklı Temsiller.....	117
Kaynakça.....	119

4. BÖLÜM

MATEMATİĞİ GERÇEK YAŞAMLA İLİŞKİLENDİRME

Matematik ile Gerçek Yaşam İlişkisini Temel Alan Kavramsal Yapılar.....	129
Matematiksel Modelleme	129
Matematik Eğitiminde Somut Materyal Kullanımı	131
Gerçekçi Matematik Eğitimi.....	134
Matematiksel Okuryazarlık.....	136
Matematik-Gerçek Yaşam İlişkilendirmesinde Matematik Öğrenimi ve Öğretimi Sürecinde Dikkat Edilmesi Gereken Hususlar	139
Ortaokul Düzeyine Yönelik Etkinlik Önerileri	140
Matematik Eğitimine Yönelik Çıkarımlar	145
Kaynakça.....	146

5. BÖLÜM

OKUL DIŞI ÖĞRENME ORTAMLARINDA İLİŞKİLENDİRME

Matematik Öğretimi ve Okul Dışı Öğrenme Ortamlarında İlişkilendirme	150
Okul Dışı Öğrenme Ortamlarında İlişkilendirme Becerisine Yönelik Örnekler.....	154
Müzedeki Matematik Öğretimi	154

Bandırma Vapuru'nda Matematik Öğretimi	158
Lunaparkta Matematik Öğretimi	161
Sonuç	163
Kaynakça.....	164

6. BÖLÜM

MATEMATİĞİ DİĞER DİSİPLİNLERLE İLİŞKİLENDİRME

Giriş.....	168
Öğretim Programlarında Disiplinlerin Bütünleştirilmesi	169
Matematiğin Disiplinlerarası İlişkilendirmedeki Gücü	174
Disiplinlerarası Öğrenme Ortamları Yaratmak İçin Kullanılabilecek Stratejiler.....	176
Sonuç.....	198
Kaynakça.....	200

7. BÖLÜM

MATEMATİK VE SANAT

Matematiğin Sanatı mı? Sanatın Matematiği mi?	204
Matematik ve Sanat İlişkisi: Möbius Şeridi ve Klein Şişesi	214
Matematik ve Sanat İlişkisi: Fraktallar, Fibonacci Sayıları ve Altın Oran.....	218
Sanatın Matematiğine Yönelik Bazı Örnekler	225
Matematik ve El Sanatları İlişkisi	226
Sedef İşçiliği	227
Tezhip.....	229
Çini Sanatı	230
Halı ve Kilim Sanatı	231
Oya, Nakış ve Dantel Sanatı	232
Taş İşlemeciliği.....	234
Ahşap İşçiliği.....	235
Takı Sanatı	236
Filografi	238
Edebi Eserler Kapsamında Matematik ve Sanat İlişkisi	238
Matematik ve Şiir İlişkisi	242
Matematik ve Müzik İlişkisi.....	246
Matematik ve Mimari İlişkisi	248
Tasarı Geometri ve Perspektif Kapsamında Matematik ve Sanat İlişkisi.....	252
Tarihi Eserler Kapsamında Matematik ve Sanat İlişkisi.....	255
Sıradışı Eserler Kapsamında Matematik ve Sanat İlişkisi	259
e-Mobil Matematik Uygulamaları.....	261

Draw Your OP.....	261
Kaleidoo.....	262
Tilemaker	262
Mandala Maker Free	264
Uygulama Önerileri	265
Uygulama Önerisi 1: Origami	266
Uygulama Önerisi 2: Krigami.....	272
Uygulama Önerisi 3: Kültürle Bezeyelim.....	281
Uygulama Önerisi 4: Fas'a Sanatsal Bir Yolculuk.....	281
Uygulama Önerisi 5: Sanat Modellemenin Neresinde?	283
Uygulama Önerisi 6: Etnomatematik: Sayı ve Deyim İlişkisi.....	284
Uygulama Önerisi 7: Sanatın Ardındaki G(Örüntü)	284
Uygulama Önerisi 8: Düğüm.....	285
Uygulama Önerisi 9: Sende, Bende, Eserlerde:	287
Uygulama Önerisi 10: Daire'den Altıgen'e.....	289
Uygulama Önerisi 11: Farklı Kültürlerde Etnomatematik.....	289
Uygulama Önerisi 12: Etnomatematik.....	289
Uygulama Önerisi 13: Yaşam Çiçeği.....	290
Son Söz.....	290
Kaynakça.....	291

8. BÖLÜM

MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME BECERİSİNİ GELİŞTİRMEDE TEKNOLOJİ KULLANIMI

Giriş.....	300
Sorgulayıcı 5E Öğrenme Modeli ile Bütünleştirilmiş Ters Yüz Sınıf Yaklaşımı.....	305
Etkinliklerin Tasarlanmasında GeoGebra Yazılımının Kullanımı ve Analitik Çerçeve.....	308
Uygulama Önerileri	311
Uygulama Örneği: Pisagor Bağıntısı.....	311
Uygulama Örneği: Dik Dairesel Silindirin Yüzey Alanı Bağıntısı.....	318
Sonuç ve Öneriler	325
Kaynakça.....	326
Editörler ve Yazarlar Hakkında	331

1. BÖLÜM

İLİŞKİLENDİRME VE MATEMATİK EĞİTİMİNDEKİ ANLAMI

Hayal YAVUZ MUMCU, Ordu Üniversitesi
ORCID No: 0000-0002-6720-509X

*Matematik bağlantılar açısından zengindir.
Matematiği anlamak genellikle matematiksel kavramlar, gerçekler ve beceriler ile
her türlü deneyim arasında bağlantı kurmayı gerektirir
(Bishop, 1991, aktaran Mok ve Kaur, 2006, s. 162).¹*

Özet

Bu bölümde öncelikle öğrenme süreçlerinin ilişkisel yapısı vurgulanarak matematik öğrenme ortamlarında matematiksel ilişkilendirmenin ne anlama geldiği ve öğrenme süreci üzerindeki etkileri üzerinde durulmuştur. Daha sonra matematiksel ilişkilendirme kavramının tanımını yapılarak, kavramın matematik eğitimi alan yazınında geçmişten günümüze kadar hangi yaklaşımlarla ele alındığı ortaya konulmaya çalışılmış ve bu bağlamda kavramın farklı türlerinden söz edilmiştir. Bölüm sonunda ise matematiksel ilişkilendirme süreçlerinin matematik sınıflarındaki öneminden bahsedilerek, söz konusu becerinin geliştirilmesi adına öğrenme ortamlarının nasıl tasarlanması gerektiğine yönelik önerilerde bulunulmuştur.

¹ *Mathematics is rich in connections. Understanding of mathematics often implies making connections between mathematical concepts, facts and skills, and between experiences of all kinds (Bishop, 1991, as cited in Mok and Kaur, 2006, p.162).*

Matematiksel Öğrenme

Geçmişten günümüze kadar öğrenmenin nasıl gerçekleştiğine yönelik farklı epistemolojik yaklaşımlar ve bunlara bağlı olarak farklı kuramlar ortaya çıkmıştır. Bilinen en eski ve ilkel teorilerden biri olan davranışçılık akımını savunanlar, öğrenme süreçlerindeki temel bileşenleri deneysel olarak gözlemlenebilir davranışlar olarak vurgulamışlar, diğer bileşenlerin öğrenme üzerindeki etkilerini kabul etmemişlerdir. Daha sonra farklı araştırmacılar öğrenmenin sadece uyaran-tepki ilişkisinden, tepkisel veya edimsel koşullanmalardan veya kurala dayalı öğrenmelerden oluşamayacağını ifade ederek, içsel tepkilerin öğrenme süreçleri ile olan ilişkisini ortaya koyan neo-davranışçı perspektifleri tanımlamışlardır (Gagne, 1970; Skinner, 1965, 1974). Davranışçı ekole bir tepki olarak öğrenmenin bilişsel süreçlerle olan ilişkisine vurgu yapan farklı çalışmalar ve özellikle Piaget'nin çalışmalarıyla birlikte, bireylerin davranışlarının epistemolojik ve yapısalcı analizlerine odaklanılmış ve bilişsel gelişim aşamaları ortaya çıkarılmıştır (Piaget, 1965, 1967, 1969, 1970; Piaget ve Inhelder, 1971, aktaran Wessels, 2006). Bu çalışmalarda Piaget öğrenme sürecini adaptasyon kuramı ile açıklamaktadır. Buna göre her bireyin zihninde şema adı verilen bilgi yapıları vardır. Birey yaşamı boyunca karşılaştığı her bilgiyi zihnindeki yapılarla ilişkilendirmekte ve yeni bilgiyi ait olduğu şemaya yerleştirmektedir. Bu süreci tetikleyen durum ise bireyin bilişsel dengesinde meydana gelen değişiklikler, başka bir deyişle bilişsel dengesizlik (disequilibrium) durumudur. Birey sahip olduğu şemalarda yer almayan veya sahip olduğu bilgisi ile uyumlu olmayan yeni bir durum ile karşılaştığında bilişsel dengesi bozulmaktadır, bunun sonucu olarak, bilişsel dengesini tekrar sağlamak adına yeni karşılaştığı bilgiyi, sahip olduğu şemalarla ilişkilendirmektedir. Eğer yeni bilgi mevcut yapı ile uyumlu ise birey yeni bilgiyi özümsemekte, başka bir deyişle bu bilgiye adapte olmaktadır. Eğer yeni bilgi mevcut bilgi ile uyumlu değilse birey var olan bilgisini yeni bilgiyle değiştirmekte veya var olan bilgide yeni bilgi ile uyumlu olacak biçimde değişikliğe (düzenlemeye) gitmektedir. Böylece birey, yeni ve üst düzeyde bir dengeye ulaşmaktadır. Dolayısıyla Piaget'nin çalışmalarına göre öğrenmenin merkezinde ilişkilendirme süreçlerinin yer aldığı söylenebilir.

Bilişsel gelişim kuramının Piaget tarafından ortaya atılmasından sonra birçok araştırmacı bu gelişim kuramını farklı öğrenme kuramlarına adapte ederek öğrenme sürecini açıklamaya çalışmışlardır. Bu kuramlardan birisi de yapılandırmacı teoridir. Eğitimde yapılandırmacılığın ortaya çıkışı, bilgi işleme teorisinden memnuniyetsizliğe, öğrencilerin izole edilmiş, bağlamından koparılmış beceriler kazandığına ve bunları gerçek dünya durumlarında uygulayamadığına yönelik eleştirilere atfedilebilir (Gredler, 2005). Yapılandırmacılık, tüm bilgilerin yapılandırıldığı fikrine dayanmaktadır. Yapılandırmacı teorinin temel ilkelerinden biri,

öğrencinin önceki bilgileri yeni bilgilerle ilişkilendirerek deneyimlerden anlam oluşturduğunu kabul etmektedir. Ernest (1996) yapılandırmacı teoriye göre bir öğrencinin yeni bir bilgiye maruz kaldığında, amacının, bu yeni bilgiyi o kavramla ilgili önceden var olan kavramlara 'uydurmak' için yeniden yapılandırmak ve önceki bilgileri üzerine inşa etmek olduğunu söylemektedir. Yapılandırmacı bir paradigmada, "bilgi pasif olarak alınmaz, bilişte olan özne tarafından aktif olarak inşa edilir" (Ernest, 1996, s. 336). Ayrıca bu kurama göre "matematiksel bilgi, en azından kısmen, yansıtıcı bir soyutlama süreci aracılığıyla yapılandırılmaktadır" (Noddings, 1990, s. 10). Piaget (1972) matematiğin tamamının yapıların inşası olarak düşünülebileceğini ve bu sürecin dönüşümlü olarak tekrarlandığını (aktaran Cavanagh, 2016) ifade etmektedir. Matematiğin öğrenilmesi ve öğretilmesine yönelik yürütülen araştırmalar büyük ölçüde bilişsel gelişim teorisine dayanan yapılandırmacı teoriden etkilenmişlerdir.

Matematiksel öğrenme süreçlerini yapısalcı bir eksende açıklayan en kapsamlı çalışmalardan biri olan Hiebert ve Carpenter (1992), öğrenmeyi Piaget'in şema kavramına uygun olarak açıklamışlardır. Buna göre, birey öğrendiği her yeni bilgi için zihinsel bir gösterim (şema) oluşturmakta ve matematiksel bir bilgi bireyin zihinsel şemalarıyla ilişkilendirildiği ölçüde anlaşılır olmaktadır. İlgili çalışmada matematiksel anlama, "bireyin mevcut içsel temsilleri arasında ya da mevcut bilgisi ile yeni bilgiler arasında ilişki kurma süreci" (s. 69) olarak tanımlanmış ve sahip olunan matematiksel bilginin, bilginin içsel temsilleri arasında kurulan ilişkilerin birleştirilmesi yoluyla büyüdüğü ifade edilmiştir. Benzer şekilde Fehr (1955) ve Michener (1978) matematiksel anlamayı, matematiksel fikirler, gerçekler ve işlemler arasında ilişki kurma süreci olarak, Hiebert ve diğerleri (1997) ise "bir şeyin bildiğimiz diğer şeylerle nasıl bağlantılı veya ilişkili olduğunu görmek" (s. 4) olarak tanımlamışlardır. Dolayısıyla matematiksel öğrenme (anlama) üzerine yapılan araştırmaların çoğunda, öğrenme (anlama) olgusunun ilişkilendirme süreçleri ile açıklandığı görülmektedir. Buna göre matematiksel öğrenme süreçleri büyük ölçüde bireyin zihninde yer alan bilgi yapıları arasında oluşturduğu ilişkiler (bağlantılar) yoluyla gerçekleşmektedir. Öyle ki, bireyin zihinsel temsil ağları, yeni bilgiler mevcut ağlara bağlandıkça ya da daha önce işlenmemiş bilgiler arasında yeni ilişkiler oluşturuldukça kademeli olarak inşa edilmekte, ağlar büyüdükçe ve daha organize hale geldikçe matematiksel anlayış da artmaktadır (Hiebert vd., 1997). Bununla birlikte ilişkili fikirlerin yalnızca bazı zihinsel temsilleri arasında ilişki kurulduğu veya kurulan ilişkilerin zayıf kaldığı durumlarda, matematiksel anlayış da oldukça sınırlı olabilmektedir. Yapılan çalışmalar (Brown ve VanLehn, 1982; Matz, 1980) öğrencilerin hata ve kavram yanlışlarının sıklıkla, öğrenilen bilgilerin yanlış bir şekilde yapılandırılması ve yeni problem durumlarına geniş-

letilmesinden kaynaklandığını göstermektedir. Dolayısıyla öğrenci yanılgılarının çoğunun yanlış biçimde oluşturulan ilişkilendirmelerin bir sonucu olduğu söylenebilir (Resnick ve diğerleri, 1989).

Matematiksel İlişkiler

Matematiksel ilişkiler, fikirler ve kavramlar arasındaki nedensel, mantıksal ve tutarlı bağlantılar olarak ifade edilebilir (Hine, 2016). Ma (1999), matematiksel ilişkileri, temeldeki anahtar kavramları belirli bir matematiksel fikir veya temsile bağlayan bir kavram ağı olarak tanımlamıştır. Bu kavram ağları, matematiksel fikirler, kavramlar ve prosedürler arasındaki ilişkileri anlamak ve geliştirmek için anahtar kavramlardan oluşan bileşik yapıdaki bilgi ağının bir parçasıdır. Benzer şekilde Hiebert ve Carpenter (1992) matematiksel ilişkileri, örümcek ağı gibi yapılandırılmış zihinsel bir ağın parçası olarak ifade etmektedirler. Bağlantı noktaları veya düğümler, temsil edilen bilgiler arasındaki ilişkileri kuran parçacıklar olarak düşünülmektedir. Ağdaki tüm düğümler nihai olarak birbirine bağlanmakta ve kurulan bağlantıları izleyerek aralarındaki iletişimi mümkün kılmaktadır. Bununla birlikte, bazı düğümler diğerlerinden daha basit yapıdaki bağlantılara sahiptir. Dolayısıyla ağlar, zincirlere benzeyen çok basit yapılara sahip olabileceği gibi, her bir düğümden çıkan birçok bağlantı ile son derece karmaşık yapılara da sahip olabilmektedirler. Marshall (1995) ise matematiksel ilişkileri, bir zihinsel ağ içindeki şemanın bileşenleri veya bağlantılı şema grupları olarak tanımlamıştır. Bu tanımda geçen şema kavramı, “bireyin deneyimlerinden gelişen ve bireyin çevreye verdiği tepkiye rehberlik eden bir bellek yapısı” (s. 15) olarak ifade edilmiştir. İlgili çalışmaya göre bir şemanın gücü ve tutarlılığı, şema içindeki veya şema grupları arasındaki bileşenlerin ne kadar ilişkilendirilebildiğine bağlıdır.

Matematiksel ilişkiler farklı araştırmacılar tarafından çeşitli şekillerde açıklanmış, tanımlanmış veya sınıflandırılmış olsa da ortak vurgu matematiksel ilişkinin, matematiksel fikirler arasında bir bağlantı veya köprü olduğu fikridir. Bununla birlikte Businkas (2008) matematiksel ilişkilerin farklı anlamlarına yönelik olarak, matematiksel içeriğin bir özelliğini (örneğin kavramlar arasındaki ilişki), öğrenen tarafından oluşturulan bir yapıyı (zihinsel bir yapı) veya matematik yapma etkinliğinin bir parçası (ilişkilendirme) olarak bir süreci ifade edebileceğini söylemektedir. İlgili çalışmada matematiksel fikirlerin belirli ilişkilerle bağlantılı olduğu ve bu bağlantıların öğrenciden bağımsız olarak var olduğu ifade edilerek matematiksel ilişkilerin *özellik* anlamı vurgulanmaktadır. Bununla birlikte matematiksel ilişkiler, öğrenme sürecinin bir ürünü olarak kavramsallaştırıldığında, matematiksel ilişkiler öğrencinin zihinsel bir inşası olarak karşımıza çıkmaktadır.

Son olarak bağlantı kurma etkinliğinin kendisi ise, dinamik bir süreç olarak matematiksel ilişkilerin süreç anlamını ortaya koymaktadır.

Matematiğin Sahip Olduğu Bir Özellik Olarak Matematiksel İlişkiler

Usiskin (2003), ilişkilendirmeyi matematiğin temel bir özelliği olarak tanımlamıştır. Zira alan yazında da matematiksel ilişkilere genel olarak matematiğin doğal bir parçası olarak atıfta bulunmaktadır. Alan yazında matematiğin ilişkisel yapısına yönelik, ‘bütünleşmiş bir bütün’, ‘birleştirilmiş bir bilgi bütünü veya ayrıık parçalardan oluşan bir bütünden ziyade bu parçalarla dokunmuş bir kumaş’ ifadelerinin kullanıldığı görülmektedir (Singletary, 2012). Bu perspektiften Coxford (1995), okul matematiğinin ilişkisel yapısını ortaya çıkarmaya yönelik yöntemler olarak *birleştirici temaları* ve *matematiksel bağlayıcıları* önermiş ve böylece cebir, geometri, ayrıık matematik ve analiz gibi farklı alanlar arasında farklı konuların birbiri ile ilişkilendirilebileceğini ifade etmiştir. Matematiksel bağlayıcılar ise, çok çeşitli matematiksel konuları birbiri ile ilişkilendirmesi bakımından birleştirici temalara benzemektedir. Bununla birlikte, Coxford (1995), matematiksel bağlayıcıları “öğrencinin matematiksel bir fikrin birçok farklı ve belki de görünüşte ilgisiz durumlardaki kullanımlarını görmesine izin veren matematiksel konular” (s. 10) olarak tanımlamış ve değişken, fonksiyon, matris, algoritma, grafik, oran ve dönüşüm konularının okul matematiğinde matematiksel bağlayıcılar olarak kullanılabilceğini ifade etmiştir. Matematiksel bağlayıcılara örnek olarak, okul matematiğinde değişken kavramının birkaç farklı anlamını ve kullanımını incelemiştir. Buna göre değişken, bir problemdeki bilinmeyen, bir fonksiyondaki değiştirilebilir argüman veya dağılma özelliği gibi ifadelerde pür sembol olarak kullanılabilir. Coxford’un ortaya koyduğu *birleştirici temalar* (*birleştirici kavramlar*) fikri, alan yazında yer alan çeşitli çalışmalarda (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council for Teachers of Mathematics) [NCTM], 2006; Usiskin, 2003) kullanılmıştır.

Matematiksel Anlayışın Bir Ürünü Olarak Matematiksel İlişkiler

Matematiksel fikirler arasında bağlantılar kurmak, matematiği anlayarak öğrenmenin temel bir parçasıdır. Bununla birlikte, bireyin ilişkisiz bir matematik bilgisine sahip olması da mümkündür. Skemp (1976), matematiğin araçsal olarak anlaşılmasını, matematiğin neden veya nasıl ilişkili olduğu ve birbiri üzerine inşa edildiği bilinmeden, matematiksel kuralların parçalanmış ve izole yapılar olarak anlaşıldığı bir tür parçalı matematik olarak açıklamaktadır. Buna karşılık, Skemp, ilişkisel anlamayı, ne yapılması ve niçin yapılması gerektiğini anlama olarak tanımlamış ve bu tür bir anlayışın öğrencilerin matematiksel kavramların birbiriyle